



LIVRE SECONDE

DES MOUVEMENTS DE TOUTES SORTES DE CORPS.

PREMIERE PROPOSITION.

Expliquer la vitesse dont les pierres & les autres corps pesans tombent vers le centre de la terre, & monstrez qu'elle est en raison doublee des temps, ou en raison des quarrés, & de leurs racines.

EN CORE que plusieurs croient que les pierres & les corps pesans tombent d'autant plus viste vers le centre de la terre, qu'ils sont plus pesans, neanmoins l'experience fait voir le contraire, comme ie monstrey, apres avoir remarqué les experiences de Galilee; dont il se sert pour refuter le liure des Conclusions Mathematiques de Schener; où il est obiecté contre le mouvement journalier de la terre, qu'il s'ensuiuroit qu'un boulet d'artillerie porté par un Ange iusques au concaue de la Lune, employroit plus de six iours à tomber iusques à terre, encore que son mouvement fust aussi viste que le circulaire du grand orbe de la Lune, c'est à dire qu'il fust 12 600 milles d'Allemagne à chaque heure: & qu'il est incroyable qu'il demeurast toujours sur le point vertical pendant six iours qu'il tourneroit avec la terre, en descriuant sous l'Equinoctial vne ligne spirale au plan du grand cercle, sous les paralleles vne spirale autour des cones, & vne ligne droite sous les poles.

A quoy Galilee respond que le demidiametre du cercle estant moindre que la 6 partie de sa circonference, il s'ensuit que le boulet n'ayant que le demidiametre de la Lune à descendre, fera plustost à terre que le ciel de la Lune n'aura fait sa 6 partie; puis qu'il suppose que le boulet va aussi viste que le ciel de la Lune, & qu'il tombera en moins de 4 heures, suppose que ledit ciel fasse son tour en 24 heures: ce qu'il faut supposer pour faire demeurer le poids en la mesme ligne verticale.

Mais il semble que Galilee n'ait pas icy pensé au mouvement circulaire du boulet, lequel ne tomberoit qu'en six heures, suppose qu'il eust la mesme vitesse du ciel de la Lune, & que son mouvement ne s'augmentast nullement à raison de son approchement vers la terre, comme suppose Schener: car le boulet

tomberoit pour lors par vn demicercle egal au quart de cercle du ciel de la Lune, comme ie demonstreray apres.

Ie viens donc à la proportion de la vifteffe des corps pesans, qui vont toujours en augmentant leur vifteffe à mesure qu'ils s'approchent de la terre, fuiuant toutes les experiences que i'en ay peu faire avec des corps assez pesans pour vaincre la resistance de l'air, par exemple avec des boules de plomb, & de bois.

Or ce que remarque Galilee pour respondre à Schener, est veritable, à sçauoir que cette vifteffe s'augmente selon les nombres impairs qui suiuent l'vnité; de sorte que si dans vn temps donné le mobile fait vn espace, il en fera trois dans le second temps, cinq dans le 3, sept dans le quatriesme, &c. d'autant que les espaces que fait le mobile depuis le lieu d'où il part en tombant sont entr'eux en raison doublee des temps esquels la cheute se fait: c'est à dire que les espaces sont entr'eux comme les quarez des temps.

Cecy posé, il dit qu'il a experimenté qu'un boulet de cent liures tombe de cent brasses de haut en 5 secondes d'heure; ce qui arriue semblablement à vn boulet de dix liures, & à tout autre corps qui a assez de force pour fendre l'air: & parce que les espaces croissent selon les quarez des temps, l'on aura la cheute du temps d'une minute d'heure, si l'on multiplie les cent brasses par le quarré de 12, (parce qu'elle contient 12 fois 5 secondes) c'est à dire par 144, l'on aura 14400 brasses pour la cheute d'une minute d'heure: & par la mesme regle le quarré de 60 multipliant 14400, donne 51840000 pour la cheute d'une heure, qui valent 17280 milles: & pour sçauoir la cheute de 4 heures, il multiplie 17280 par 16, qui est le quarré de 4; d'où il vient 276480, qui est plus grand que le rayon du concaue de la Lune, lequel n'est que de 196000, ou de 56 demidiametres terrestres, comme le rayon de la terre n'est que de 3500 milles, chacun de 3000 brasses, comme suppose son aduersaire; contre lequel il conclud que le boulet descendra en moins de quatre heures: & que si l'on en fait le calcul exact, il tombera en 3 heures, 22', & 4": car puis qu'il fait cent brasses en 5 secondes, il en fera 588000000 (qui valent 56 demidiametres terrestres) au temps susdit, comme il preuue en multipliant le 3 terme par le quarré du 2, pour auoir 14700000000, lequel estât diuisé par le 3 terme, à sçauoir par cent, la racine quarree du quotient donne 12124 pour les secondes que le boulet employe à tomber, c'est à dire 3 heures, 22', 4". La raison de ce calcul est fondee sur ce que le quarré du temps donné est au quarré du temps cherché, comme l'espace à l'espace: c'est pourquoy si l'on multiplie le 3 nombre par le quarré du temps, qui est le second nombre, & que l'on diuise le produit par le premier nombre, le quotient donnera le quarré du nombre cherché, dont la racine fera ledit nombre cherché.

Or nous auions trouué vn autre moyen de supputer les temps, lors que les espaces sont donnez, auant que d'auoir vû le precedent: car sçachant que les espaces sont entr'eux en raison doublee des temps, il est aisé d'inferer que les temps sont entr'eux en raison souldoublee des espaces; & que si les espaces sont entr'eux comme les quarez des temps, les temps sont entr'eux comme les racines quarees des espaces: sur quoy nous fondons la regle qui suit.

Cóme la racine de 100, à sçauoir 10, est à 5", de mesme la racine de 588000000, à sçauoir 24248⁷/₁₀, à 12124⁷/₁₀, qui font 3 heures, 22', 4", 21". Mais quant à l'experience de Galilee, ie ne peux m'imaginer d'où vient la grande difference qui se trouue

se trouue icy à Paris; & aux enuiron, touchant le temps des cheutes, qui nous a toujours paru beaucoup moindre que le sien: ce n'est pas que ie vueille reprendre vn si grand homme de peu de soin en ses experiences: mais ie les ay faites plusieurs fois de differentes hauteurs, en presence de plusieurs personnes iudicieuses, & elles ont toujours succedé de la mesme sorte: c'est pourquoy si la brasse dont Galilee s'est seruy n'a qu'un pied & deux tiers, c'est à dire 20 poulces de pied de Roy dont on vse à Paris, il est certain que le boulet descend plus de cent brasses en 5". Or il semble que ladite brasse n'a que cette longueur, puis que nous donnons 5000 pieds à vn mille d'Italie, qui contient 3000 brasses, & que la grandeur qu'il donne à la circonference de la terre, à sçauoir 22000 milles, approche de celle que nous luy donnons, à sçauoir 7200 lieues, qui valent 21600 milles; soit qu'il vse de ce nombre, parce qu'il est plus aisé, ou qu'il donne 400 milles plus que nous ne faisons, à la circonference; à laquelle nous donnons 64800000 brasses, ou 108000000 pieds de Roy: & s'il faisoit la circonference egale à la nostre, la brasse n'auroit que 19 poulces 7.

Cecy estant posé, les cent brasses de Galilee font 166 de nos pieds: mais nos experiences repetees plus de 30 fois, iointes à la raison doublee, nous contraignent de dire que le boulet fait 300 pieds en 5", c'est à dire 180 brasses, ou quasi deux fois dauantage qu'il ne met: de sorte qu'il doit faire les cent brasses, ou 166 pieds; en 3¹⁸, qui font 3", 43", 20", & non pas 5": car nous auons esprouué tres-exactement qu'un globe de plomb pesant enuiron demie liure, & que celui de bois pesant enuiron vne once tombent de 48 pieds en 2", de 108 en 3"; & de 147 pieds en 3" & 1/2: or les 147 pieds reuiennent à 88 brasses; & s'il se trouue du mesconte, il vient plustost de ce que nous donnons trop peu d'espace ausdits temps, qu'au contraire, car ayant laissé cheoir le poids de 110 pieds, il est iustement tombé en 3"; mais nous prenons 108 pour regler la proportion: & les hommes ne peuuent obseruer la difference du temps auquel il tombe de 110, ou de 108 pieds. Quant à la hauteur de 147 pieds, il s'en falloit vn demi-pied; ce qui rend la raison doublee tres-iuste, d'autant que le poids doit faire 3 pieds en vne demie seconde, suiuant cette vistesse, 12 pieds dans vne seconde minute; & consequemment 27 pieds en 1" & 1/2, 48 pieds en 2", 75 en 2" & 1/2: 108 pieds en 3", & 147 pieds en 3" & 1/2: ce qui reuient fort bien à nos experiences, suiuant lesquelles il tombera 192 pieds en 4", & 300 en 5", pendant lequel Galilee ne met que 166 pieds ou 100 brasses, selon lesquelles il doit faire vne brasse en vne demie seconde, 4 en 1", qui font pres de 6 pieds, au lieu de 12 que le poids descend en effet.

A	B	C	D
1	3	1	1
2	12	6	4
3	27	15	9
4	48	26	16
5	75	41	25
6	108	60	36
7	147	81	49
8	192	106	64
9	243	135	81
10	300	166	100

L'on void le reste dans cette table, dont la premiere colonne A contient les demies secondes: la 2 B monstre les espaces reduits en pieds que font les poids durant les temps, suiuant nos experiences: la 3 C contient les espaces en pieds, & la 4 D en brasses. Or nos experiences monstrent que le boulet doit tomber de la Lune, c'est à dire de 588000000 brasses, ou de 980000000 pieds, en 2 heures, 30', 36, 57, 36, c'est à dire en moins d'une heure qu'il ne dit.

Ie finis cette proposition par la conclusion que fait Galilee, à sçauoir que le boulet iroit plus viste (lors qu'il seroit

venu iusques à terre) que depuis le concaue de la Lune, parce que s'il continuoit vniformement à se mouuoir aussi viste, comme il fait en quelque lieu de sa descente qu'on le vueille considerer, iusques à ce qu'il eust employé autāt de temps que deuant, il feroit autant de chemin, comme il en auoit fait deuant, & consequemment si le boulet employe 3 heures, 22', 42" à choir de la Lune iusques au centre de la terre, il passeroit vn double espace en mesme temps, c'est à dire tout le diametre de la Lune, qui a 392000 milles: & s'il demeueroit attaché au concaue de la Lune, il feroit seulement 172880 milles dans le temps susdit (où il faut remarquer que le calcul donne 173392) lequel est moindre que la moitié, de 392000. Mais i'examineray cette double vistesse dans la proposition qui suit, car il suffit d'auoir enseigné en celle-cy, que la vitesse des poids est en raison doublee des temps.

COROLLAIRE.

En mesme temps que i'escriuois cette proposition, Monsieur de Peiresc Conseiller au Parlement d'Aix, qui est le plus rare homme de l'Europe pour obliger tous ceux qui cherissent les bonnes lettres, m'a enuoyé la C — A
brasse de Florence, laquelle a iustement 21 poulce & demi de Roy, de sorte que ie l'ay prise trop courte d'un poulce & demi: ce qui n'empesche pas que les mesures de Galilee ne soient fort éloignées des nostres: c'est pourquoy il n'est pas necessaire de changer le calcul precedent, ioint que ie ne suis pas certain s'il a vsé de cette brasse dans ses experiences, & qu'il est tres-aisé de supputer tel espace, & tel temps que l'on voudra par les regles que i'ay expliquees. Or l'on trouuera tout ce que i'ay obmis dans cette proposition, & tout ce que l'on peut desirer sur ce sujet dans les propositions qui suiuent: i'ajoûte seulement icy nostre demi pied de Roy, A B, afin que l'on ait nos mesures deuant les yeux en lisant ces propositions, & quant & quant celles de Galilee, supposé qu'il se soit serui de cette brasse de Florence, dont la ligne C D est iustement la quatriesme partie. L'on diuise encore cette partie en 5 autres, & chacune de ces 5 en 3, & finalement chacune de ces troisiemes parties en 4, de sorte que ce quart de brasse demeure diuisé en 60 parties, & consequemment la brasse se diuise en 240 parties, au lieu que nostre pied de Roy se diuise en 12 poulces, ou en 144 lignes, de sorte que la brasse seroit au pied comme 5 à 3, si leurs lignes estoient égales: mais celles de la brasse sont vn peu plus grandes, parce qu'elle est au pied comme 43 à 24, avec lequel elle seroit pour lors comme 40 à 24, c'est à dire comme 5 à 3. Or nostre toise à 6 pieds de Roy, c'est à dire 12 fois la ligne A B: d'où il est aisé de conclure que n'ayant donné que 20 pieds à la brasse, i'ay supposé C D plus court de D E qu'il n'est dans la brasse, dont ie viens de parler; car ie l'ay supposée en D —
raison de 6 à 5 avec le pied.

B

PROP.

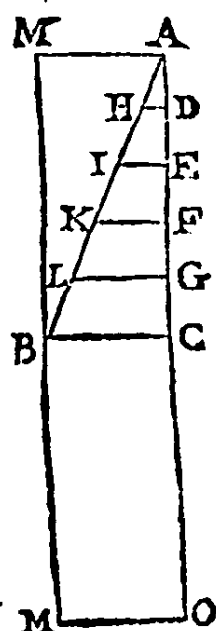
PROPOSITION II.

Si vn poids estant tombé d'un espace donné n'augmentoit plus la vitesse qu'il a acquise au dernier point de cet espace, & qu'il continuast de la mesme vitesse, il feroit vn espace double du premier en vn temps egal : d'où l'on infere que la pierre qui descend passe par tous les degrez possibles de tardineté.

Galilee vse du triangle ABC pour expliquer les degrez de la vitesse des poids qui descendent ; & pour ce sujet il diuise le costé AC en cinq parties egales, $AD, DE, EF, FG, & GC$, & tire les paralleles à la base BC , à sçauoir $DH, CI, &c.$ afin que l'on s'imagine que les parties marquées sur AC sont autant de temps egaux, & que les paralleles representent les degrez de vitesse qui s'augmentent & croist également en temps egaux : de sorte qu' A est le lieu du repos, & que le mobile A acquiert la vitesse DH au temps AD ; & consequemment qu'au 2 temps DE la vitesse est augmentee de IE , & ainsi des autres lignes $KF, &c.$ Mais parce que cette vitesse croist continuellement de moment en moment, & non par pauses, ou sauts, de certain temps en certain temps, il est certain que les degrez de vitesse depuis le repos A iusques à l'acquisition du degré HD dans le temps AD sont infinis, suiuant l'infinité des instans du temps AD , ou des points de la ligne AD .

C'est pourquoy il faut s'imaginer vne infinité de lignes tirees par tous les points de la ligne AD , qui font la surface du triangle ADH : par où nous entendons tous les espaces que fera le mobile avec le mouvement qui s'augmente toujours vniformement. Et pour ce sujet il faut acheuer le parallelogramme $AMBC$, & prolonger les lignes de chaque point d' AC iusques à chaque point de MB , afin que comme BC du triangle ABC signifie le degré de la plus grande vitesse, & que la surface du triangle est la somme de toute la vitesse, avec laquelle le mobile a passé vn tel espace dans le temps AC , de mesme le parallelogramme soit vne masse & vne somme d'autant d'autres degrez de vitesse, dont chacun soit egal au plus grand BC : laquelle somme est double de la somme du triangle, comme le parallelogramme est double du mesme triangle. D'où il conclut, que si le mobile qui s'est serui des degrez de vitesse du triangle a passé tout cet espace, s'il se sert de celle qui respond au parallelogramme, il fera en mesme temps vn espace double par vn mouvement egal.

Mais nous expliquerons peut estre cecy plus clairement en tirant depuis la ligne BC (qui signifie l'extreme vitesse) les 2 lignes CO & BN pour doubler le parallelogramme, car BD est egal à BA . Or il faut remarquer que toutes les vitesses de $HD, IE, &c.$ se trouuent iointes en BC , de sorte que la vitesse BC est composee de toutes les precedentes, comme la ligne des temps AC est composee de toutes les autres lignes. Mais les surfaces comprises par les petits triangles $AHD, AIE, &c.$ s'augmentent comme le quarré des temps, car celles qui ont le costé double sont en raison quadruple ; ce que ie demonstre au triangle AIE qui represente l'espace qui se fait pendant le temps AE , car il est quadruple d' AHD , qui se fait au temps AD , lequel est la moitié du temps AE : par consequent la surface



A K F est 9 fois plus grande qu'A H D, comme l'espace que fait le mobile au temps A F est 9 fois plus grand que celui qu'il fait au temps A D: de sorte que le temps A E, & la vitesse E I étant au temps A F, & à la vitesse K F comme 2 à 3, les espaces A I E & A K F sont comme leurs quarrés 4 & 9. Et si l'on prend l'espace fait aux parties desdits temps, la première partie étant 1, la 2 sera 3, la troisième 5, & les suivantes 7, 9, &c. selon tous les nombres impairs; comme sont les surfaces A H D, 1. H D I E, 3. I E K F, 5. K F L G, 7. L G B C, 9.

Or si la vitesse B C ne s'augmentoît plus, & que la cheute continuât uniformément; il ne faudroit plus augmenter B C, mais il faudroit seulement continuer les lignes des augmentations A B depuis C iusques à O, afin que C O représente vn temps égal à C A, & que l'espace que fera le mobile soit signifié par le parallelogramme B C N O, qui a vn mesme degré de vitesse tant en B C qu'en N O, & qui est double du triangle A B C; d'où il est aisé de conclure que l'espace que fait le mobile par vn mouvement uniforme est double de celui qui se fait par vn mouvement augmenté.

Je montre encore la mesme chose par nombres, en faueur de ceux qui ne sçauent pas la Geometrie: & dis que si le mobile fait 3 pieds en vne demie seconde, il aura acquis vne telle impetuosité, qu'en ne l'augmentant plus il fera 6 pieds dans vn autre demie seconde; ce que l'on comprendra en considerant le chemin qu'il fait immédiatement deuant & apres la fin de la demie seconde en des temps fort courts: par exemple ie considere le chemin que fait le poids en chaque tierce de cette demie seconde, qui en contiét 30, en la première desquelles il fait $\frac{1}{2}$ de pouce: en la 2, $\frac{3}{2}$ de pouce; en la 3, $\frac{5}{2}$; en la 4, $\frac{7}{2}$, & ainsi de suite selon les nombres impairs iusques à la 30, ou dernière tierce, pendant laquelle il fait $\frac{59}{2}$ de pouce, comme il en feroit $\frac{60}{2}$ dans la 31 suivante. Or puis que cette vitesse croist toujours en proportion Arithmetique en ajoutant toujours vn mesme nombre au nombre precedent, ie concluds que si l'on prend le milieu de la 30, & de la 31 tierce, qui est la fin de la demie seconde, on aura aussi le milieu de $\frac{59}{2}$ & $\frac{60}{2}$, c'est à dire $\frac{59.5}{2}$ de pouce, ou 2 pouces $\frac{1}{2}$, que le mobile fait en vne tierce prise partie deuant, & partie apres la fin de la demie seconde, à sçauoir 30^{'''} deuant, & autant apres. Et si l'on multiplie 2 pouces $\frac{1}{2}$ par 30^{'''}, qui sont en la demie seconde, on aura 72 pouces, c'est à dire les 6 pieds qu'il falloit trouuer en vne demie seconde: ce qui montre qu'il fait vn pied en 5^{'''}, & qu'il acquiert iustement cette vitesse au dernier instant de la première demie seconde, ou au premier instant de la suivante.

L'on trouuera la mesme chose par les demies tierces, tandis que le poids fait $\frac{1}{100}$ de pouce, car il fera $\frac{119}{100}$ dans la 60 demie tierce, & en la 61, $\frac{121}{100}$, & consequemment il fera $\frac{120}{100}$, ou vn pouce & $\frac{1}{100}$ en 15^{'''} deuant, & apres la fin de la demie seconde: or si l'on multiplie 1^{''} pouce par 60 demies tierces qui sont dans vne demie seconde, l'on aura 72 pouces, ou 6 pieds.

D'où il est aisé de conclure que la vitesse des poids va à l'infini, tant vers la fin que vers le commencement de leur cheute; & que l'on peut diminuer la vitesse en vne raison donnée, si l'on remonte vers le commencement, comme on l'augmente en descendant vers la fin: par exemple le poids fait $\frac{1}{2}$ de ligne en 50^{'''}, & vne ligne dans les 50 qui suivent. Il fait $\frac{1}{10000}$ de pouce, ou $\frac{1}{700}$ de ligne dans vne quatriesme, & s'il continuoît en cette vitesse il ne feroit qu'un pied en 5'. En 20 quintes

quintes il fait $\frac{1}{1000}$ de pouce, & ne feroit qu'un pied par ce mouuement dans un quart d'heure.

Or il s'ensuit de tout ce discours que la vifteffe des mobiles ne s'augmente qu'en la meſme façon des temps, car ſi apres vne demie ſeconde la vifteffe eſt comme 6, à la fin d'une ſeconde elle ſera comme 12, & à la fin d'une ſeconde & demie elle ſera comme 18, &c. Mais ſi l'on veut trouuer ſans cette ſupputation l'eſpace que feroit le poids ſ'il n'augmentoît point la vifteffe depuis le premier moment, il faut prendre la raiſon de l'autre moment qu'on cherche, & de celui dont on ſçait la vifteffe: par exemple, nous ſçauons que le poids ne faiſant pas plus de chemin en chaque cinquieſme minute qu'il en fait en la premiere de la cheute, il ne feroit qu'un pied en 5 heures; ſi ie veux ſçauoir en quel temps il feroit un pied ſ'il n'alloit pas plus viſte qu'au milieu de la premiere ſixieſme, ie multiplie les 5 heures par 60, qui eſt la raiſon, ou la difference d'une 5 à une 6, afin d'auoir 300 heures, ou 12 iours, qu'il feroit à faire un pied. Et ſ'il n'alloit point plus viſte qu'au milieu de la premiere 7, il feroit 2 ans & 20 iours à faire un pied. Par où l'on void qu'en approchant toujours du commencement de la cheute, l'on peut rencontrer vne ſi grande tardiueté de mouuement, que le mobile ne feroit pas l'eſpace d'une ligne en mille ans, ſ'il continuoît à deſcendre de la meſme vifteffe: deſorte que l'on peut dire qu'il commence la cheute par vne tardiueté quaſi infinie, & que le repos peut eſtre conſideré comme vne tardiueté entierement infinie, dont nous parlerons encore apres.

COROLLAIRE I.

Du chemin que feroit le poids dans la derniere demie ſeconde minute, en tombant depuis la ſurface de la terre iuſques à ſon centre.

Si l'on dône 1145 lieuës, chacune de 15000 pieds, & de plus 4347 pieds au rayon de la terre, cōme nous faiſons, le poids tombera de la ſurface au centre, ſuiuāt nos experiences, & la raiſon doublee des eſpaces aux temps, en 19,56" : & ſ'il tomboit de 300 pieds ou de 50 toiſes plus haut que la ſurface, il n'employroit que $\frac{1}{100}$ de ſeconde dauantage: ce qui monſtre qu'il fait 50 toiſes au dernier 100 de ſeconde. Ie diſ donc, en $\frac{1}{100}$ de ſeconde il fait $\frac{1}{1000}$ de toiſe, & au dernier centieſme de 1196", & $\frac{1}{100}$ ou 1196" $\frac{1}{100}$ il fait $\frac{239201}{10000}$ de toiſe, qui ſont pres de 48 toiſes: mais parce qu'il falloit trouuer 50 toiſes, il y a un peu plus de $\frac{1}{100}$ de ſeconde avec les 1196"; or cet erreur vient de la racine quarrée du demidiametre de la terre, que l'on ne peut trouuer exacte: car en la premiere 100 de la derniere ſeconde le poids fait $\frac{1}{1000}$ moins, à ſçauoir $\frac{239201}{10000}$ en la 119551. 100. des 1196" $\frac{1}{100}$ qui eſt la premiere 100 de la derniere ſeconde; parce que chaque 100 diminié de $\frac{1}{1000}$ de toiſe: or tous les eſpaces que fait le poids en chaque 100 de la derniere ſeconde eſtant aſſemblez ſont $\frac{2392000}{10000}$ de toiſes, c'eſt à dire 4784 toiſes & $\frac{1}{100}$, que fait le poids en la derniere ſeconde: & en la derniere demie ſeconde il fait 2392 $\frac{1}{100}$ toiſes: & lors qu'il tombe ſeulement de la ſurface de la terre, il fait 2392 $\frac{1}{100}$ toiſes en la derniere demie ſeconde de la cheute qui dure 1196" & $\frac{1}{100}$, c'eſt à dire $\frac{1}{100}$ de toiſes moins que lors qu'il tombe de 50 toiſes plus haut: & par conſequent il fait dans la demie ſeconde que nous cherchions; 4784 toiſes, c'eſt à dire $\frac{1}{100}$ de toiſe moins que ſ'il

tomboit du haut d'une tour de 300 pieds. Voyons maintenant ce qui arriueroit à ces cheutes, si la terre tornoit en 24 heures, au lieu des Estoilles, comme plusieurs s'imaginent : & puis nous traiterons des autres difficultez qui concernent la vifteffe ou la tardiueté de toutes fortes de mouuemens.

COROLLAIRE II.

Où il est monstre en combien de temps vue pierre tomberoit depuis les Estoilles, le Soleil, & la Lune, iufques à la furface, ou au centre de la terre.

Je fuppose que la pierre fuiuë nos proportions, qui monstrent qu'elle chet 12 pieds dans vne feconde, & de 300 pieds en cinq fecondes. D'où il s'ensuit qu'elle tombera de la furface de la terre au centre dans 19', 56'', 25''', 9'''' 36', comme nous auons dit dans le premier corollaire; de la Lune eloignee de 56 demidiam. iufques au centre de la terre en 2 heures, 29', 14'', 25'', 48 : & iufques à la furface en 2 heures 17', 54'', 6''', 54'''' , lesquelles eftant ostees du nombre precedent, il reste 1', 20'', 18'', 54, pour le temps de la cheute qui se fait de la furface de la terre iufques à son centre.

Le poids tomberoit depuis le Soleil eloigné de 1142 demidiametres iufques au centre de la terre en 11 heures, 13', 56'', 48 : & iufques à la Lune eloignee de 56 demid. en 10 heu. 57', 12, 54 : lesquelles eftant ostees de 11 heures 15', 56'', 48, il reste 16', 43'', 54'''' pour la cheute depuis la Lune iufques au centre de la terre. Et du Soleil à la furface de la terre, la cheute se fait en 11 heures 13', 38, 57 : lesquelles eftant ostees de 11 heures 13', 56, 48, il reste 17'', 51 pour la cheute depuis la furface de la terre iufques à son centre ; & pour celle de la Lune à la furface, l'on a 16', 26, 33.

Le poids en fin tombera des estoilles eloignees de 14000 demid. iufques au centre de la terre en 39 heures, 19', 41, 57, 54 : iufques au Soleil en 37 heures 4', 24, 37, 21 : & du Soleil au centre en 1 heure 38', 17, 20, 33. Des estoilles à la Lune en 39 heures, 14', 58, 30 : & de là au centre dans 4', 43, 27, 54 : & depuis le Soleil iufques à la Lune dans 1 heure 33', 33, 52, 39.

Et si l'on desire le temps exact de la cheute depuis le firmament, l'on a 39 heures, 19', 41, 58, 12. Iufques à la furface, 39 heures 19', 36, 54. De la furface au centre, 5'', 4, 15, c'est à dire 27, 21, de toute la cheute depuis les Estoilles iufques au centre de la terre.

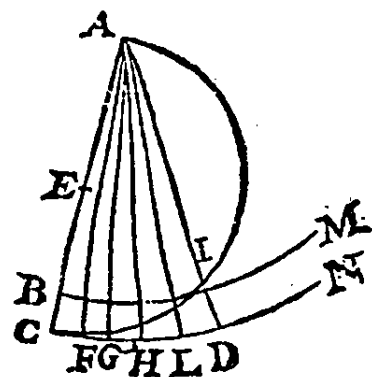
Ce qui monstre vne estrange vifteffe des poids, fupposé qu'ils gardent toujours vne mefine progression ; car ce dernier nombre monstre qu'une pierre feroit 1145 lieuës, c'est à dire tout le demidiametre de la terre, tandis que le poux uo le cœur bat six fois ; ce qui est quasi incomprehensible, & ce qui fait que plusieurs nient que ce progrez de vifteffe continuë toujours iufques au centre. A quoy l'on peut ajoûter que les poids ne descendroient peut estre pas des Estoilles, sur lesquelles ils demeureroient comme sur la terre. Mais nous ne pouuons rien conclure de ce qui se feroit, puis que nous ne pouuons faire aucune experience de cecy.

PROPOSITION III.

Determiner la figure du mouvement des corps pesans qui tomberoient du haut d'une Tour, ou de telle autre hauteur que l'on voudra, supposé que la terre se meue, & face chaque iour vn tour entier sur son axe.

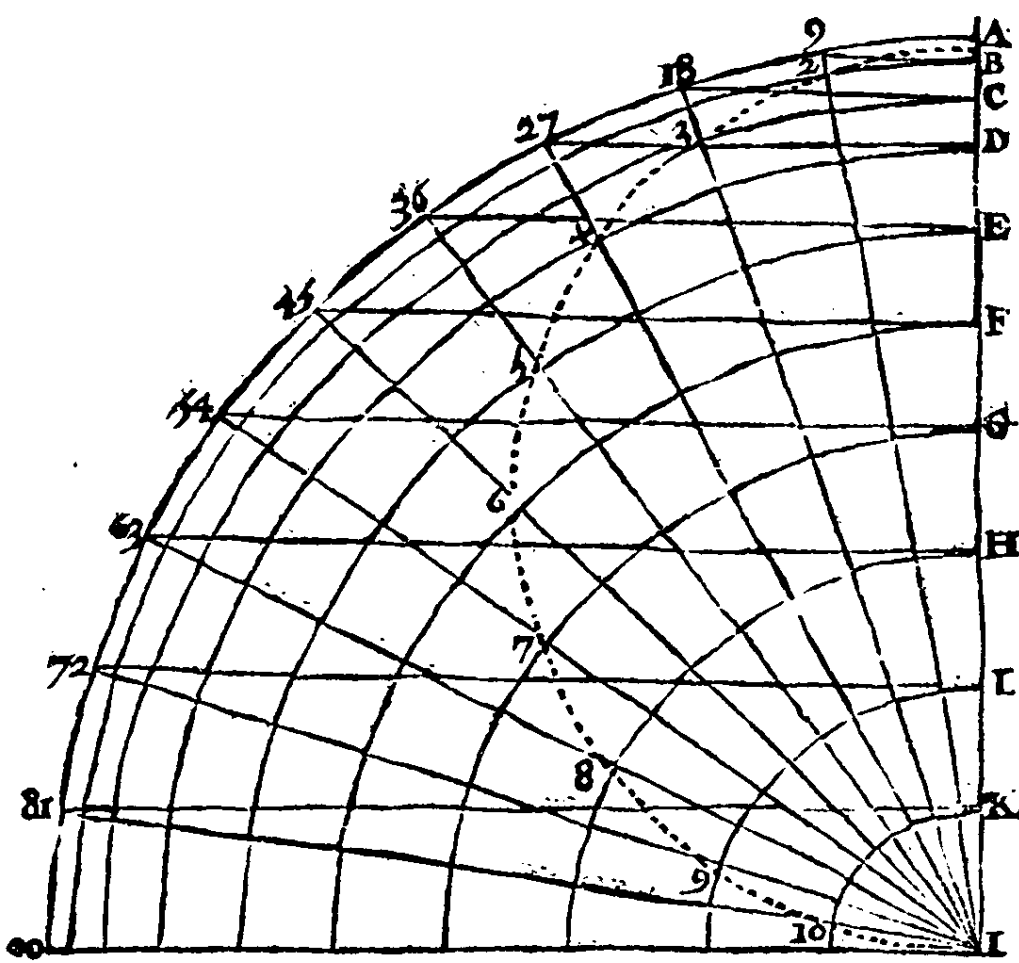
Il n'est pas necessaire d'expliquer l'helice que feroit le poids, si son mouvement estoit vniforme comme celui de la terre, puis que nous auons montré sa difformité, & son inégalité, laquelle ie suppose maintenant, afin de n'vser point de repetition. Mais afin que cette proposition soit plus agreable, ie veux examiner les pensées de Galilee sur ce sujet, dont il parle depuis la 156 page de ses dialogues : c'est pourquoy ie descris icy le cercle B I du centre A, qui represente la terre, & prolonge le demidiametre A B iusques à C, afin que B C soit la hauteur de la Tour, laquelle estant portee par la terre sur la circonference B I décrit avec son sommet, l'arc C D N. Ie diuise apres le demidiametre A C par la moitié au point E, d'où ie decris le demi cercle C I A, par lequel Galilee dit qu'il est probable que la pierre tombe, si son mouvement est composé du circulaire de la terre, & du droit qui luy est propre : ce qu'il prouue ainsi.

Si dans la circonference C D on manque quelques parties égales, comme C F, F G, H L, & L D, & que des points F, G, H, L, on tire des perpendiculaires au centre A, les parties de ces lignes comprises entre les deux circonférences C D N, & B I M, representent la Tour portee par la terre de C à N : & les points où le diametre coupe ces lignes seront les lieux où la pierre se trouuera de temps en temps en tombant : or ces points s'éloignent toujours de plus en plus du haut de la Tour, c'est pourquoy le mouvement droit de la pierre au long de la Tour se montre toujours plus augmenté, & plus violent. Et parce que l'angle D C I est infiniment aigu, l'éloignement de la surface C F D, ou du haut de la Tour est tres-petit au commencement, & consequemment le mouvement de la pierre est d'autant plus lent qu'il est plus proche du C, ou du repos, & qu'elle va plus viste vers le centre A, qu'en nul autre lieu.



Or il faut examiner cette belle pensée de Galilee, afin de voir si le mouvement de la pierre, qui nous semble perpendiculaire, peut estre circulaire, & égal à celui de la terre, comme le demicercle B I A est égal au quart du cercle C N. Nous auons déjà considéré cette mesme ligne auant que d'auoir vû ses dialogues ; mais puis qu'il met la cheute des poids en raison doublee des temps, comme nous auons fait, à laquelle la raison des Sinus versés des arcs égaux est quasi semblable, principalement au commencement de la cheute lors qu'ils sont petits, il est aisé de montrer que la cheute des pierres ne peut se faire par le demicercle B I A : ce que ie demonstre par l'autre figure qui suit, à sçauoir A, 90, L, dans laquelle les arcs representent le tēps, & les sinus versés l'espace de la cheute ; c'est pourquoy lors que le lieu d'où tombe le poids, à sçauoir A, sera porté par le mouvement iournalier iusques à 9, qui signifie 9 degrez, ce qui se fera en 16' d'heure, le poids sera en B, & partant sera au point du demicercle 2, c'est à

dire au lieu où la perpendiculaire 9 L coupe l'arc décrit du point B : & quand



A sera au point 18, ce qui arriuera dans vne heure, & 12', la pierre sera au point 2, c'est à dire au lieu où l'arc venant de C coupe la perpendiculaire 18 L, car l'espace 18, 2, est égal à l'espace de la cheute A C, & au Sinus verse de l'arc A 18, qui marque le temps.

De mesme quand le point A est porté iusques à 27, le poids sera iusques à D, d'où le quart de cercle estant tiré il rencontre la perpendiculaire 27 L au point 3. Lors

qu'A sera en 45, ce qui arriuera en 3 heures, la pierre sera au point 5, qui est le lieu, où l'arc tiré du point F (lequel est le terme de la cheute du poids A F, car c'est le Sinus verses de 45 degrez) coupe la perpendiculaire 45 L. Et partant le poids arriuant en 4 heures 48' à 72, le Sinus verse de 72 degrez est A I, & l'arc tiré du point I rencontre la perpendiculaire 72 L au point 9, qui est le lieu du poids; de sorte que le point A estant en 90, le poids sera arriué dans 6 heures au centre de la terre L par le demidiametre A 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, L: D'où il s'ensuit que toutes sortes de poids de pesanteur & matiere suffisante pour vaincre l'air comme le plomb, les pierres, le bois, &c. doiuent tomber au centre de la terre en 6 heures, de quelque distance que ce soit, par exemple aussi bien d'une lieuë prez du centre, que depuis la Lune; ce qui est impossible, si les poids commencent leur mouuement d'une vitesse égale en toutes sortes de lieux, & s'ils gardent toujours la proportion dont nous auons parlé: de sorte que pour verifier la cheute precedente, il faudroit que le poids descendist d'autant plus lentement qu'il tombe d'une hauteur moins éloignée de son centre, comme il arriue au plomb suspendu à vne longue chorde, dont le mouuement est quasi imperceptible quand on le tire fort peu hors de sa ligne de direction, parce qu'il est fort peu violenté, & ne desire pas changer de lieu avec tant de violence que lors qu'on l'éloigne dauantage de son centre.

Car l'on peut respondre la mesme chose pour les poids éloignez de la terre, & dire qu'ils reuiennent toujours à ce centre dans vn temps égal, comme fait le plomb attaché à la chorde, dont nous parlerons apres: & mesme l'on peut aioûter que l'égalité des retours au centre de la terre est plus exacte que celles des retours du plomb, parce que la chorde l'empesche vn peu, or la pierre qui tombe droit au centre n'a point cet empeschement: & ce temps de la cheute de la pierre au centre seroit toujours de 6 heures, encore qu'elle ne tombast que d'un pied de haut à son centre, suiuant les hypotheses precedentes.

Quoy qu'il en soit, il est impossible d'en faire les experiences, qui conuainquent du contraire, d'autant que quelques hauteurs que l'on prouue, la difference des

ce des vifteſſes ſera ſi petite, que nulle induſtrie humaine ne la peut apperce-
uoir, non plus que la difference de la raiſon doublee des eſpaces au temps de la
cheute, d'auec celle des ſinus verſes des arcs doubles; car le rayon eſtant 10000,
le ſinus verſe de 15', qui ſe font dans 1' par le mouuement iournalier, eſt vn, ce-
luy de 30' eſt 4, & celuy de 45 eſt 9. Or nous ne ſçaurions icy obſeruer de cheu-
te dans 1' d'heure, & encore moins en 2'; car en 1' le poids feroit 7200 toifes, &
& 28800 en 2'; & neantmoins la raiſon des eſpaces eſt exactement double de
celle des temps en cette diſtance, encore que ce ſoit la raiſon des ſinus verſes aux
arcs. Mais ſi l'on continuë plus auant, ou que l'on ſoit plus pres du centre, l'on
y trouuera vne difference manifeſte, & la raiſon des ſinus verſes aux arcs ſera
toujours moindre que la raiſon doublee des eſpaces aux temps: quoy que nous
ne puiffions ſçauoir la vraye proportion que garderoit le poids iuſques au cen-
tre, & que l'on puiſſe ſouſtenir que c'eſt celle des ſinus verſes à leurs arcs. Neant-
moins puis que la raiſon doublee eſt la plus aiſee, il vaut mieux s'en ſeruir que
de l'autre, car l'on ne peut s'y meſprendre ſur la ſurface de la terre.

Or auant que de paſſer outre, il eſt bon de remarquer que ce qui nous a fait
conſiderer cette chute par le demicercle, eſt qu'ayant ſuppoſé le mouue-
ment iournalier de la terre, & que le poids eſtant porté du point A au point 18
en la ligne perpendiculaire 18 L, auſſi pres du centre L que le point C, qui eſt
touché par la ligne 18 C, parallele à l'horizon du lieu du mouuement de la cheu-
te 90 L, & ayant ſeulement conſideré la chute dans la perpendiculaire A L, à
proportion que l'arc A 9, 18, 27, &c. ſe courbe; de ſorte qu'eſtant arriué au point
90, la ligne qui en eſt tirée perpendiculairement ſur A L finit au centre de la
terre, (mais à cauſe que le poids ne demeure pas en la ligne A L, parce qu'elle
ſuit le mouuement iournalier, quand le lieu d'où le poids tombe eſt arriué au
point 27, apres que l'on a tiré de ce point vne perpendiculaire ſur A L, qui la
touche au point D, & qui monſtre la chute du poids, tandis que la terre a fait
l'arc A 27, ie tire vn arc du point D, le meſme centre L demeurant toujours
le lieu où l'arc rencontre la perpendiculaire tirée du point 27 au centre, à ſça-
uoir 4, eſt le lieu du poids, à raiſon qu'il a trouué l'arc D 4, & apres
auoir marqué pluſieurs lieux egale-
ment diſtans ſur le quart du cercle A
90,) & tiré des lignes perpendiculaires coupees de pluſieurs autres moin-
dres quarts de cercle, ſelon les lieux où la premiere ligne A L eſt coupee, &
de plus la ligne qui marque la chute eſtant tirée par les perpendiculaires, &
& par les arcs qui ſ'entre-coupent, nous auons en fin trouué que cette ligne
eſtoit vn demicercle parfait, & que les arcs paralleles au quart de cercle A 90
ſont eloignez l'vn de l'autre d'une proportion fort proche de la double, & ſi
ſemblable aux arcs eloignez du centre L, que l'on n'en peut remarquer la diffe-
rence par aucune obſeruation.

Mais apres auoir examiné cette matiere plus à loisir, nous auons trouué qu'il
eſtoit impoſſible ſuiuant nos experiences, & l'vne ou l'autre deſdites propor-
tions, qu'un poids fuſt ſix heures à deſcendre de la ſurface de la terre iuſques au
centre, & que de meſme que noſtre penſée n'eſtoit pas de grande conſideration
pour prouuer la chute des corps peſans par le mouuement circulaire, à ſçauoir
meſure que l'arc approche de la ligne horizontale 90 L, auſſi la route de la cheu-
te en demicercle, laquelle nous auons deſcrit par le moyen expliqué cy-deuant,

ne pouuoit estre deffenduë, parce qu'elle tire apres soy de grandes absurditez qu'il faut examiner dans la proposition qui suit.

PROPOSITION IV.

Monstrer qu'il est impossible que les corps pesans descendans iusques au centre de la terre, descriuent le demi cercle precedent; & donner la ligne par laquelle ils descendroient, si la terre tournoit en 24 heures autour de son esieu.

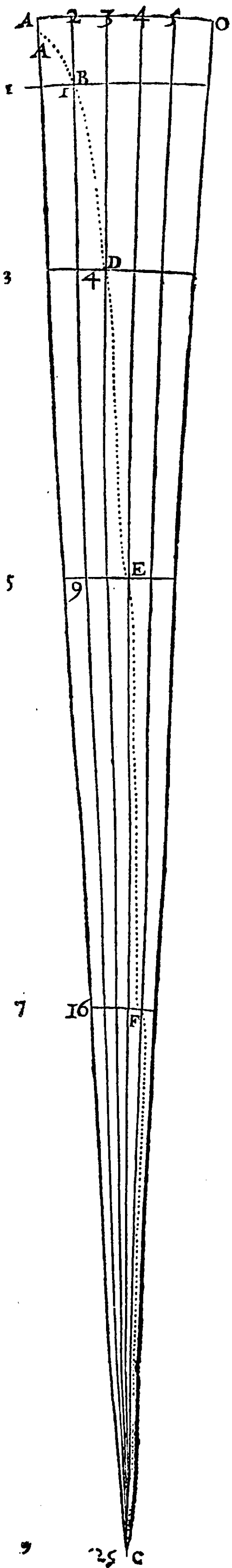
Nous auons dit cy-dessus, que si le poids tomboit en six heures de quelque lieu que ce fust, il seroit necessaire qu'il eust diuers degrez de viffesse, selon les diuerses distances du centre d'où on le lairroit cheoir; & consequemment estant à la Lune esloignee de 58 demidiametres terrestres, ou de 66666 lieuës du centre de la terre, il feroit 820 lieuës en 36' d'heure, puis que la terre feroit 9 degrez en 36'. Or le sinus verse de 9 degrez est 1230, le rayon estant de 100000, donc si le rayon est 66666, le sinus verse fera 820 lieuës; & si le rayon est egal au demidiametre de la terre, c'est à dire à 1145¹/₂ lieuës, le sinus verse de 9 degrez fera 14¹/₁₀, & partant le poids ne deuroit faire que 14¹/₁₀ lieuës en 36': & neanmoins il tombera suiuant nos experiences, & la raison doublee 3732 lieuës, & 1200 toises pendant ledit temps.

Le poids chet 108 pieds en 3", comme monstrent toujours les experiences tres-exactes; & neanmoins s'il deuoit tomber en 6 heures au centre, il ne feroit que 4 poulces & 11 lignes: car en 3" la terre fait 45", dont le sinus verse est 238, le rayon estant 10000000000; & si ce rayon donne 238, 17181818 pieds donneront 4 poulces, 11 lignes: qui est vne difference si remarquable, qu'il n'y a nul sujet de douter qu'un poids ne peut estre 6 heures à tomber au centre. Or puis qu'il tombe 108 pieds au lieu de 4 poulces, 11 lignes, il deuroit estre 48" & à tomber, selon cette supposition: car si 17181818 pieds donnent 108 pour le sinus verse, 10000000000 donneroit 6285⁷/₁₀, qui ostez du rayon, il reste 999993714¹/₁₀ pour le sinus du complement que la terre torne pendant la cheute, qui se fait en 48", qui est vn temps trop long & trop different de 3", pour ne pas inferer les absurditez qui suivent vne telle hypothese; car l'experience monstre qu'il fait 263¹/₂ fois plus de chemin, qu'il ne feroit en supposant la cheute depuis la surface de la terre iusques au centre en 6 heures, puis que 4 poulces & 11 lignes sont autant de fois en 108 pieds: & pour faire vn chemin egal, il employroit 16¹/₂ fois plus de temps qu'en suiuant la raison doublee, & l'experience, puis que 3" sont autant de fois en 48", & que cette disproportion de temps respond fort bien à celle des espaces car 1 à 263 est à peu prez en raison doublee de 1 à 16¹/₂.

Or il est aisé à conclure de tout ce discours, que Galilee s'est contenté d'auoir vne proportion de cheute qui luy sembloit s'accorder avec les apparences, & que pensant dauantage aux belles correspondances & consequences qu'il en tiroit, il n'a pas approfondi cette matiere, attendu qu'il n'est pas croyable qu'un tel homme se fust tellement mespris, s'il eust examiné de plus pres la cheute des poids, suiuant les experiences qu'il a fait luy-mesme.

Mais passons outre, afin de voir si l'on peut connoistre quelque difference en la viffesse des poids au premier moment de leur cheute, si elle estoit inegale, comme

Du mouvement, &c. 97



comme l'on peut la supposer. La plus grande différence que nous puissions avoir touchant l'éloignement du centre est tout au plus de 5¹/₂ lieues, ou de 81818 pieds de Roy; & néanmoins si on prend la chute de l'un & de l'autre lieu pendant 3'', l'on ne trouvera nulle différence sensible; car étant éloigné de 1145¹/₂, ou 17181818 pieds, le poids fera 4 pouces 11 lignes en 3'', & si l'on s'approchoit de 5¹/₂ lieues, afin d'être à 1140 lieues, ou 17100000 pieds du centre, le poids ne feroit aussi que 4 pouces 11 lignes en 3'', car la différence est seulement en ce qu'au premier il y a ³⁸⁰/₁₀₀₀ de lignes, & au second ⁹⁷/₁₀₀₀. Si l'on prenoit la chute qui se fait en 36'' d'heure, étant éloigné de 1145¹/₂ lieues, il feroit 14 lieues¹/₂ peu moins, & 14 lieues¹/₂ étant éloigné de 1140 lieues: ce qui n'est nullement observable en de si grandes distances.

En 48'' il deuroit tomber 104 pieds, 8 pouces, 1 ligne¹/₂, éloigné du centre de 1145¹/₂, & 104 pieds 2 pouces, 2 lignes, c'est à dire demi pied moins, éloigné de 1140 lieues: car comme 10000000000 est à 609243 sinus verse de 12', qui est l'arc que feroit la terre en 48'', de même le rayon de la terre 17188818 pieds est à 104¹/₂ pieds, & conséquemment le rayon diminué de 5 lieues¹/₂, c'est à dire 17100000, à 104¹/₂ pieds. Or cette petite différence ne peut être apperçue, quelque diligence & remède qu'on y puisse apporter, encore qu'elle fust de 4 pieds; car si le poids fait 108 pieds en 3'', il fera 104 pieds en 5 demi secondes & ¹¹/₂, ou en 2'' ⁴⁷/₁₀, c'est à dire 3'' 36''' moins, qui est un temps qui ne tombe pas sous l'observation.

Il est donc évident que le mobile ne tomberoit pas de la même façon que s'il eust demeuré au lieu d'où il fust tombé, c'est à dire d'une chute circulaire, & conséquemment qu'il ne feroit pas autant de chemin que s'il fust demeuré sur le haut de la tour, & qu'il n'auroit pas un mouvement uniforme & égal, comme Galilee s'est imaginé; car nous avons montré clairement qu'un poids ne peut choir de la surface au centre en 6 heures, comme il seroit nécessaire, & que suivant nos expériences, & la raison doublée, ou celle des sinus verses aux arcs, il arrivera au centre en 19', 56''; pendant que la terre fera 4 degrés, 59'¹/₂: & si l'on suit l'expérience de Galilee, il ira au centre en 25', tandis que la terre fera 6 degrés 22'¹/₂, & partant il

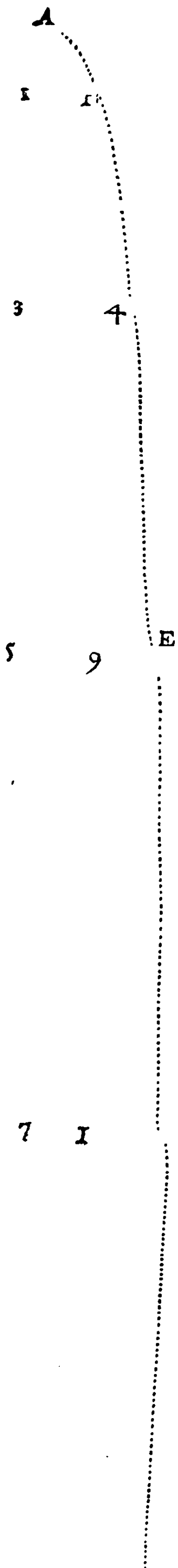
decrira la ligne courbe A B D E F C, qui est grandement differente non seulement du demicercle, mais de quelque partie de cercle & d'arc que l'on voudra: car si l'on oste la portion A B D, le reste n'est guere different d'une ligne droite, comme l'on void particulierement dans la portion E F C: or cette ligne se decrit en cette sorte.

Ie tire la ligne droite A C qui represente le demidiametre de la terre, dont C est le centre, & puis ie mene la ligne C O, qui fait avec A C vn angle de 6 degrez 22', car si la ligne A C est 100000, la ligne A O sera 11178: Et puis ie diuise l'arc A O en 5 parties egales, dont chacune a vn degre 16', & la ligne A en 5 parties inegales, dont la premiere en a vne, la seconde 3, la troisieme 5, la quatrieme 7, & la derniere 9, qui font en tout 25, c'est à dire le quarré de 5: & par les sections ie tire des arcs iusques à la ligne O C: de sorte que pendant que la terre tourne & fait l'arc A 2, le poids tombe iusques à B en 5', 6": & faisant l'autre arc 2, 3, en 5', 6", il tombe de B à D, c'est à dire 3 fois dauantage, & puis en pareil temps il fait D E, qui contient 5 parties; & tandis que la terre fait l'arc 4, 5, le poids tombe l'espace E F, & puis F C, &c. en augmentant sa vitesse en raison doublee des temps.

Si le poids romboit de 373248 lieues, c'est à dire de 326 demidiametres terrestres, il arriuerait en six heures au centre, & la ligne de sa chute decrirait vne figure fort proche du demi cercle, suppose que la proportion fust en raison doublee: mais si elle estoit comme les sinus verses aux arcs, il feroit vn demi cercle parfait: & hors de cette distance il feroit vne helice, si l'eloignement est plus grand que 326 demidiametres; ce qu'il est facile de demonstrier, comme nous auons déjà fait ailleurs. Et l'on peut encore voir plusieurs supputations que i'ay fait sur ce sujet dans le liure *De Causis sonorum*, dans la 24, & 27 proposition.

COROLLAIRE.

L'on peut conclure de cette proposition, que routes les pensees & les experiences de Galilee ne fauorisent nullement le mouuement iournalier de la terre: & que les poids ne tomberoient iamais en demicercle, mesme de la distance que nous auons supposee, que lors qu'ils seroient sous l'Equateur, & qu'ils tomberoient seulement en ligne droite sous les Poles.



Du Mouuement des Corps.

99

PROPOSITION V.

Expliquer les vtilitez, & les Pratiques qui se peuuent tirer des propositions precedentes pour les Mechaniques, & pour plusieurs autres choses, & particulièrement comme l'on peut mesurer toutes sortes de hauteurs par les cheutes des poids, & comme l'on peut aysément trouuer la cheute dans vn temps donné, & le temps requis quand la cheute est conneuë.

Si les corps pesans suiuent toujours la proportion dont nous auons parlé, lors qu'ils tombent de toutes sortes de hauteurs, comme il arriue dans les hauteurs que nous auons sur la surface de la terre, l'on peut dire de quelle hauteur ils tombent, pourueu que l'on sçache le temps de leur cheute, & du premier espace de ladite cheute, par exemple si l'on sçait qu'une boule a employé 10" à faire 3 pieds, il faudra conclure qu'elle est tombée de 48 pieds en 2", & si elle employe 3" & 1/2, qu'elle est tombée de 147 pieds: de sorte qu'un homme enfermé dans une chambre, ou estant au milieu d'un puits, d'une carrière, &c. & voyant passer le poids qui tombe deuant ses yeux, peut dire de quelle hauteur il est tombé, s'il obserue la vitesse de sa cheute, & quel chemin il fait en 30", ou dans un autre temps: & s'il sçait la profondeur du lieu, dans lequel se fait la cheute, il connoistra le temps qu'il luy faut pour acheuer son chemin.

D'où l'on peut tirer une nouuelle maniere de mesurer les hauteurs, & les profondeurs, car si l'on sçait le temps de sa cheute, ou du moins le chemin qu'il fait au dernier temps de sa cheute, l'on connoistra la hauteur de la tour, de la voûte, du puits, ou des autres lieux d'où il tombe: quoy qu'il ne soit pas à propos d'vser de cette façon de mesurer les hauteurs, parce que l'on peut aysément s'abuser sur une grande hauteur, de 3 ou 4 pieds, ou toises, & dauantage, attendu qu'entre 108, & 147 pieds il n'y a qu'une demie seconde de difference.

Neantmoins si quelqu'un s'en veut seruir ie mets icy une table en sa faueur, par laquelle il est aisé de connoistre le temps de la cheute d'un corps donné, quand on sçait le lieu d'où il tombe, & le lieu d'où il tombe, lors qu'on sçait le temps de sa cheute, puis qu'il faut seulement doubler la raison des temps pour sçauoir les espaces, ou sous-doubler la raison des espaces pour connoistre celle des temps. Or la premiere colonne contient 30 demies secondes, afin que l'on sçache l'espace que fait le poids en tombant dans chacune des 30 premieres demies secondes, c'est à dire dans la premiere demie seconde minute, dans la seconde demie seconde, ou dans les autres qui suiuent iusques à la trentiesme demie seconde. Car ce temps suffit pour toutes les hauteurs & les profondeurs qui se peuuent rencontrer, d'autant que nous n'auons point de tours, de puits, de mines, &c. dont la hauteur soit de plus de 2700 pieds, ou de 450 toises: la tour d'Vtrec, que l'on tient l'une des plus hautes du monde, n'a qu'une stade, ou 125 pieds: & les carrières, & cauernés les plus profondes d'où se tire la houille, l'ardoise, &c. n'ont tout au plus que 250 toises, ou 1500 pieds.

La 2 colonne contient les nombres impairs, qui monstrent la proportion des cheutes qui se font en chaque demie seconde, car tous les nombres impairs (qui sont les differences des nombres quarez) donnent les cheutes particu-

res de toutes les demies secondes: ce qui arriuera semblablement si l'on fait des tables pour les secondes, & pour les premieres minutes, ou mesme pour les heures.

Mais i'ay dressé celles-cy pour les demies secondes, parce que les poids descendent assez notablement dans vne demie seconde, c'est à dire dans la 120 partie d'une minute; quoy que l'on en puisse faire d'autres pour les tierces, & les quartes, & pour les milliesmes parties des secondes, &c. en suiuant toujours le mesme ordre, & la mesme proportion des nombres.

La 3 colonne garde la mesme proportion que la 2, dautant qu'elle procede de la multiplication de la 2, car le poids descend 3 pieds dans la premiere demie seconde. Mais si l'on fait vne table dont l'vnité soit le premier espace qui se fait dans vn temps donné, par exemple si au lieu de 3 pieds on prend vne demie toise, la 2 colonne donnera l'espace de la cheute faite en chaque temps, sans qu'il soit necessaire d'vser de la 3 colonne; de sorte que le 2 nombre de ladite 2 colonne, à sçauoir 3, monstrera que le poids chet 3 demies toises, & le 2 nombre 5, qu'il chet 5 demies toises.

Il arriue la mesme chose, si l'on diuise chaque seconde en 12 parties, pour sçauoir la hauteur d'ou tombe le poids dans chaque 12 partie de seconde, comme l'on void dans cette petite table, qui fait voir qu'il tombe d'un pouce de haut dans la premiere douziesme; de 3 dans la seconde douziesme partie, de 5

Table des cheutes.

1	1	1
2	3	4
3	5	9
4	7	16
5	9	25
6	11	36

dans la troisieme douziesme, &c. & consequemment qu'il chet de 4 pouces dans 2 douziesmes, de 9 dans 3, & de 36 pouces dans 6 douziesmes, c'est à dire de 3 pieds dans la premiere demie seconde; de sorte que cette petite table finit où commence la grande qui suit, & qui contient trente demies secondes, c'est à dire 15", qui valent $\frac{1}{4}$ de minute d'heure, ou la 240 partie d'une heure.

La 4 colonne monstre combien le poids descend dans toutes les demies secondes prises ensemble: par exemple combien il chet dans les 2, 3, ou 4 demies secondes, c'est à dire dans vne, vne & demie, ou deux secondes: car si l'on veut seulement sçauoir les secondes entieres, il faut toujours prendre le double des nombres de la premiere colonne. L'on sçaura donc qu'il descend 300 pieds en 5", parce que 300 pieds sont dans la 4 colonne, vis à vis du 10 de la premiere, lequel vaut 10 demies secondes, ou 5": & le 30 ou dernier nombre de la 4 colonne monstre qu'il descend 2700 pieds dans 15", ou dans 30 demies secondes, qui sont marquées à la fin de la 1 colonne, dont les nombres suiuent continuellement l'ordre naturel, & marquent le temps des cheutes.

Ceux de la 2 colonne étant ajoûtez ensemble font les quarrés: car 1 & 3 font le premier nombre quarré, à sçauoir 4: 1, 3, & 5 font le 2 quarré 9: 1, 3, 5, & 7 font le 3 quarré 16, & ainsi des autres iusques à l'infini, dont chacun donne la cheute de chaque demie seconde quand on les prend pour demies toises; si on veut les cheutes en pieds de Roy, la 3 colonne les contient: mais ceux de la 4 colonne aioûtent les espaces qui sont separez dans la 3.

Table des cheutes.

I	II	III	IV
1	1	3	3
2	3	9	12
3	5	15	27
4	7	21	48
5	9	27	75
6	11	33	108
7	13	39	147
8	15	45	192
9	17	51	243
10	19	57	300
11	21	63	363
12	23	69	432
13	25	75	507
14	27	81	588
15	29	87	675
16	31	93	768
17	33	99	867
18	35	105	972
19	37	111	1083
20	39	117	1200
21	41	123	1323

Table des cheutes.

I	II	III	IV
22	43	129	1452
23	45	135	1587
24	47	141	1728
25	49	147	1875
26	51	153	2028
27	53	159	2187
28	55	165	2352
29	57	171	2523
30	59	177	2700

Or l'on peut continuer cette table iusques à l'infini: quoy qu'il soit assez aisé de trouuer tous les espaces des cheutes sans s'obliger aux tables: par exemple, si l'on veut sçauoir la hauteur dont ils tombent en deux fois autant de temps qu'il en est contenu dans cette table, il faut seulement quadrupler le dernier nombre, à sçauoir 2700 pieds,

ou 450 toises, & l'on aura 1800 toises pour la cheute d'une demie minute: & si l'on veut sçauoir la cheute d'un temps triple, il faut doubler la raison d'un à 3 pour auoir celle d'un à 9, lequel multipliant 450 toises donne 4050 toises: & l'on aura par mesme moyen 7200 toises pour la cheute d'une minute entiere, en doublant la raison d'un à 4 pour auoir celle d'un à 16, lequel multipliant 450 toises, donne 7200 toises, qui font quasi 3 lieues.

Et si l'on veut trouuer l'espace que fait le poids dans la derniere demie seconde, il faut chercher le nombre impair qui respond à la 120 demie seconde,

à sçauoir 120 de minute, c'est à dire le nombre 299, lequel estant multiplié par 3 donne 717 pieds, ou 119 toises, que fait le poids à la derniere demie seconde de la cheute d'une minute d'heure.

Or il est tres-aisé de trouuer tel nombre impair que l'on voudra pour sçauoir le chemin que fait le poids, parce qu'il faut seulement doubler le nombre des demies secondes, & oster vn de la somme 120, dont le double est 240, duquel vn estant osté, il reste 239, par lequel il faut multiplier l'espace de la cheute qui se fait dans la premiere demie seconde, c'est à dire qu'il faut multiplier 239 par 3.

Je donne encore l'exemple de la cheute d'une heure, que l'on aura en doublant la raison d'un à 60, & en multipliant 60 par soy-mesme pour auoir 3600, qu'il faut encore multiplier par la cheute d'une minute, c'est à dire par 7200 toises, afin d'auoir 25920000 toises, ou 10368 lieues pour le chemin que feroit le poids dans vne heure.

Et pour trouuer le chemin qu'il fait dans la derniere demie seconde, il faut prendre le nombre impair qui luy respond, à sçauoir 14399, qui est le double, moins vn, du nombre des demies secondes d'une heure, à sçauoir de 7200: car ce nombre multiplié par 3, suiuant la table precedente, donne 43197 pieds, ou 7199 toises pour la cheute de la derniere demie seconde d'une heure. Ce qui sera plus aisé à trouuer, si l'on reduit les pieds en toises, car la moitié de la racine quarrée de l'espace donnera les secondes: par exemple, si l'espace est de deux

lieuës, il faut les reduire à 10000 demi toises (parce que nous faisons la lieuë de 15000 pieds de Roy) dont la racine est 100 demies secondes, & la moitié est 50, qui donne 50" pour le temps que la pierre employroit à tomber de 2 lieuës de hauteur. Il est encore plus aisé de dire combien le poids fera de chemin dans tel temps donné que l'on voudra, parce que le quarré du temps que l'on aura pris donnera l'espace : par exemple, l'on sçaura le chemin qu'il fait en 10 demies secondes, en quarrant 10 pour auoir 100 demi toises, ou 300 pieds.

L'ajoute vne autre vtilité pour les Mechaniques, à sçauoir que l'on peut connoistre la force de la percussion, ou du coup, si elle depend de la viftesse du mouuement des corps qui frappent, & que l'on peut sçauoir le lieu d'où les marteaux doiuent tomber pour faire tel effet que l'on voudra ; & consequemment d'où ils sont tombez lors qu'on void leur effet. Et si le son est d'autant plus fort ou plus aigu que le mouuement est plus rapide, l'on peut sçauoir d'où le poids tombe, & la force qu'il aura en tombant, par le moyen du son qu'il produira ; ou bien l'on peut sçauoir le mesme son, si l'on connoist le mouuement ou l'effet du coup : par exemple, l'on peut determiner de quelles hauteurs doiuent descendre quatre boules egales en grosseur pour faire les quatre parties de la Musique au lieu où elles se rencontreront : mais il est necessaire de les laisser tomber de différentes hauteurs les vnes apres les autres, comme ie monstre à la fin du liure des Dissonances, où ie donne les lieux d'où elles doiuent tomber pour faire toutes les Consonances.

L'on peut en fin receuoir plusieurs autres contentemens de cette speculation, en comparant les différentes vifesses des cheutes avec les autres mouuemens de la nature ; par exemple, si l'on determine la viftesse d'un boulet d'artillerie, d'une fleche, ou de tel autre missile que l'on voudra, ou du vol des oiseaux, des vents, des foudres, &c. l'on trouuera aisément les lieux d'où les poids doiuent tomber pour aller aussi vifte que lesdits missiles, & autres mobiles, ou pour aller moins vifte selon la raison donnée : par exemple, si la balle d'arquebuse allant toujours de mesme viftesse fait 1727 demitoises dans vne demie seconde, la pierre doit tomber de 149 lieuës, & 748 toises pour faire vn espace esgal dans vne demie seconde : or elle employroit 7', 12" à faire ce chemin, c'est à dire 864 demies secondes : & elle feroit 863' toises dans la derniere demie seconde.

Mais pour faire ce calcul, il faut ajouter vn à 1727, & en prendre la moitié, c'est à dire 864 demies secondes, ou 432", car le poids fait 2 toises en vne premiere ; & partant il en fera 373248 en 432", c'est à dire le double du quarré de 432. Où l'on doit premierement remarquer que la derniere demie seconde donne toujours autant de toises que son nombre, moins vne demie toise, comme l'on void dans la table, où la 30 demie seconde fait 29 toises & demie, c'est à dire demie toise moins que 30.

En second lieu, que la derniere seconde fait vne toise moins que le double de ce que fait la derniere demie seconde en temps pareil ; car si l'on prend 15" de temps, on trouuera qu'en la derniere seconde le poids tombe 58 toises, & dans la derniere demie seconde 59 demies toises. C'est pourquoy si la balle d'arquebuse fait 1726 toises en vne seconde, c'est à dire vne toise moins que le double de 727 demitoises, il faudra que la pierre tombe de la hauteur susdite pour faire cet espace en vne seconde. Et pour en faire la supputation, il faut prendre la moitié de

1726 pour reduire les 2 toises que le poids fait dans vne seconde à l'vnité, car cette moitié est 863, auquel il faut ajoûter 1, & en prendre encore la moitié pour auoir 432, comme nous auons fait cy-deuant.

COROLLAIRE.

Je laisse plusieurs autres vtilitez que chacun peut inferer de ces experiences, auxquelles l'on en peut ajoûter d'autres; & seray bien aise qu'on les fasse encore apres moy, afin que l'on descouure plusieurs secrets de la nature, & que l'on trouue la raison de cette proportion des vitesses, ou que l'on determine en quel lieu chaque poids commence à la diminuer en tombant, & où il trouue le point où quelques-vns croyent qu'ils n'augmentent plus leur vitesse, & qu'ils vont depuis là iusques au centre d'un egal mouvement: quoy que ie touche ces difficultez en d'autres lieux. Or puis que nous auons discouru si exactement de la cheute des poids, il est à propos d'examiner vne autre pensèe excellente que Galilee attribué à Platon, & qu'il semble luy-mesme suiure & embrasser avec un grand contentement, puis qu'elle depend des cheutes & des experiences, dont il demeure d'accord; c'est pourquoy j'ajoûte la proposition qui suit.

PROPOSITION VI.

Determiner si les Astres sont tombez d'un mesme lieu par un mouvement droit, qui se soit changé dans le mouvement circulaire qu'ils ont maintenant, comme Galilee s'imaginè avec Platon, auquel il attribué cette opinion; & donner la maniere de supputer leurs cheutes, leurs distances, & leurs mouuemens circulaires.

Si l'on trouue que ie soist trop hardi de porter l'Harmonie iusques au ciel, & de parler des sons, ou du mouvement des Astres, l'on doit considerer que Dieu nous a mis dans ce monde pour estre les spectateurs de son ouurage, & pour en considerer les ressorts & les mouuemens, afin d'admirer la sagesse & la puissance de l'ouurier, & d'aimer sa bonté, dont nous dependons absolument.

Or puis que nous sçauons que les Planettes se meuuent, soit que l'on fasse les Estoiles mobiles, ou immobiles, & qu'ils sont les plus grands corps visibles du monde, nous verrons premierement s'ils ont peu acquerir la vitesse de leurs mouuemens circulaires, dont ils roulent autour du Soleil ou de la terre, par la force du mouvement droit; par lequel un grand homme de nostre temps s'imaginè que les Planettes sont tombez d'un mesme lieu iusques aux endroits où ils sont maintenant, & où leur auteur changea leur mouvement droit au circulaire de mesme vitesse, afin qu'il fust eternal, ou qu'il durast iusques à ce que sa prouidence le fist cesser.

C'est donc ce que nous auons à examiner; & pour ce sujet il faut prendre la grandeur de leurs cercles, & la vitesse de leurs mouuemens, afin de voir si cecy approche si pres de la iustesse comme il asseure, & si la grandeur des cercles est iustement proportionnée à la vitesse du mouvement, suiuant la raison de l'impetuositè acquise par le mouvement droit.

Quant aux diametres des cercles des Planettes, nous prendrons ceux de

Lansberge, qui semble les donner le plus exactement: mais nous vserons du temps des periodes de chaque Planette que Kepler leur donne, parce qu'il est plus conforme au systeme de Copernic, & qu'il suppose leurs mouuemens à l'égard du Soleil immobile, autour duquel il suppose que les corps celestes se tournent; au lieu que Lansberge les suppose à l'égard de l'ecliptique & de la terre.

Le diametre du cercle annuel estant posé de 10000 parties, celui du cercle de Mercure sera de 3573, celui de Venus 7193, celui de Mars estant de 10000 parties, celui de son cercle annuel sera de 6586; celui de Jupiter estant de 10000, l'annuel sera de 1852; & celui de Saturne estant 10000, l'annuel sera de 1007. Or le diametre du cercle annuel est de 1500 demidiametres terrestres, dont chacun a 1145¹/₁₁ lieuës chacune de 15000 pieds de Roy; & consequemment le cercle annuel a 10800000 lieuës de circonference: le cercle de Saturne 107249255 lieuës 3202 pieds: celui de Jupiter 58315334 lieuës 11598 pieds: celui de Mars 16398420 lieuës 13392 pieds: celui de Venus 776844 lieuës, & celui de Mercure 3858840 lieuës.

Quant à leurs mouuemens, Saturne fait son tour en 258220 heures 58', 25": & dans 1" de temps 1730 pieds & ¹²/₁₀. Jupiter fait son tour en 103982 heures 49', 31", & en 1", 2336 pieds ¹⁸/₁₅. Mars fait le sien en 16487 heures 31', 56", & en 1", 4144 pieds ¹/₁₀. La terre suivant cette hypothese fait son tour en 365 iours, 6 heures, 9' sous les fixes autour du Soleil, & en 1", elle fait 5135 pieds ¹/₁₀. Venus fait son tour en 5393 heures autour du Soleil, & fait dans vne seconde 6000 pieds ¹²/₁₀. Mercure fait son tour en 2111 heures, 15', 36", & en vne seconde 7615 pieds ¹/₁₀.

D'où ie conclus que Saturne n'est tombé que de 62393 pieds ¹¹⁹⁴⁷/₄₀₀₀₀, ou 4 lieuës, 2393 pieds en 72" ⁴/₁₀₀ loin de son cercle: que Jupiter n'estoit éloigné du sien que de 113751 pieds ³¹/₆₂₅, ou 7 lieuës 8751 pieds qu'il a fait en 97" ²/₁₀, ou ¹/₁₀; & ¹/₁₀₀: que Mars n'est descendu que de 357790 pieds, ou 23 lieuës 12790 pieds, qu'il a fait en 172" ²/₁₀; & ¹/₁₀₀, ou ¹¹³/₁₀₀: que la terre n'est descendue que de 750237 pieds ²⁹⁶¹/₁₉₁₀₀, ou 50 lieuës 237 pieds qu'elle a fait en 317", 19", ou 5', 17", 19".

Voyons maintenant de qu'elle distance du Soleil ces corps sont tombez pour auoir acquis l'impetuosité du mouuement, par lequel ils font les espaces dont nous auons parlé, dans le temps d'une seconde: & afin que le lieu fauorise l'opinion de cet excellent homme, nous approcherons les corps celestes le plus pres les vns des autres que nous pourrons, en faisant Saturne perihelie, c'est à dire le plus proche du Soleil qu'il puisse estre; & Venus aphelie, ou le plus éloigné, afin qu'ils soient plus proches l'un de l'autre. Nous mettrons tous les autres dans leur moyen éloignement du Soleil, parce qu'il seroit inutile de les faire aphelies, ou perihelies, d'autant que l'on ne les peut approcher de l'un des corps, que l'on ne les éloigne de l'autre. Or la rencontre de l'aphelie de Mercure, & le perihelie de Saturne est assez heureuse, parce qu'ils sont dans le mesme signe du Sagitaire vers la fin, & que celui de la terre est fort proche au commencement du Capricorne.

Quant aux Eccentricitez, celle de Saturne est de 57, de telles parties que le demidiametre de son cercle en a 1000; & partant son perihelie sera de 943, & son éloignement du Soleil de 160898258 ⁷⁶/₁₀₀ lieuës. L'eccentricité de Mercure est 21, de telles parties que son diametre en a 100. Lansberge luy donne 948 parties telles que le demidiametre du cercle annuel en a 10000: & celui de Mercure 3573, ce qui

qui reuiert à 26' de telles parties que son diametre en a 100. Nous prenons donc cette excentricité pour donner tous les auantages possibles à la pensee de Galilee, afin que la distance de Mercure aphelie au Soleil soit de 776591 lieües¹⁰⁰. Et puis nous vserons du demidiametre du cercle des autres Planettes, puis que nous les supposons dans leur moyenne distance du Soleil : or il faut ajoûter à la distance de chacun l'espace d'où ils ont deu tomber pour acquerir leur viffesse. D'où il s'ensuiura que Saturne sera tombé de 16089829 lieües, 13868 pieds loin du Soleil : Iupiter de 9277447 lieües, 3096 pieds : Mars de 2608863 lieües, 8102 pieds : la terre a 1718217 lieües, 13500 pieds : Venus de 1235938 lieües, 2964 pieds : Mercure de 613986 lieües, 13732 pieds ; & quand il est aphelie, de 776671 lieües, 11028 pieds. Par où l'on void que ces lieux sont fort éloignez les vns des autres, & que le lieu où Saturne auroit esté créé, & d'où il seroit tombé, seroit plus éloigné du Soleil que celui de Iupiter, de 6812382 lieües : celui de Iupiter plus éloigné que celui de Mars, de 6668584 lieües ; celui de Mars plus que celui de la terre de 482239 : celui de Venus plus que celui de Mercure, de 621952 lieües, ou de 459266 lieües 6936 pieds, lors qu'il est aphelie, encore que son excentricité l'approche beaucoup de Venus : & le lieu de Saturne est plus éloigné que celui de Mercure aphelie de 15313158 lieües, car la distance de Saturne contient celle de Mercure 26 fois & $\frac{1}{2}$, quand il est en son moyen éloignement, ou 20 fois & $\frac{1}{10}$, lors qu'il est aphelie. Elle contient 9 fois $\frac{1}{10}$ celle de la terre : 6 fois $\frac{1}{2}$ celle de Mars : celle de Iupiter vne fois & $\frac{1}{4}$ vn peu moins.

Certes ie m'estonne qu'un si habile homme ait creu que la grandeur des cercles, & la viffesse des Planettes, approchent si fort de celle que donne le calcul, qui seroit encote beaucoup plus éloigné de sa pensee, si nous prenions les distances de Kepler, car il fait le demidiametre du cercle annuel de 3469' demidiametres terrestres, c'est à dire 2 fois & $\frac{1}{2}$ plus grand que celui de Lansberge : de sorte que l'erreur s'augmenteroit, puis que ce demidiametre est la mesure sur laquelle on regle les distances de toutes les Planettes : & bien que Galilee ne donne que 1200 demidiametres au cercle annuel, neanmoins la difference des lieux d'où tombent les Planettes ne sera guere moindre, d'autant que toutes les distances se diminuent en mesme proportion : & Saturne fera 1384 pieds¹⁸ en 1", & tombera de 2 lieües 9952 pieds dans 57"³⁴¹. Iupiter fera en 1" 1869 pieds⁴⁷, & tombera de 4 lieües, 12800 pieds en 77"¹⁷⁹⁷. Mars fera 3315" pieds en vne seconde, & tombera de 15 lieües 3985 pieds en 138"¹⁰⁰. La terre fera 4108' pieds en vne seconde, & doit estre cheute de 23 lieües 6621 pied en 171"⁴. Venus fait 4800" pieds dans vne seconde, & doit estre cheute de 32 lieües 152 pieds en 200"¹⁰⁰. Mercure fait 6992" pieds en vne seconde, & est tombé de 51 lieüe 8298 pieds en 253"⁶⁴.

Or le demidiametre des cercles, ce qu'ils font en vne seconde, & le temps de leur cheute auant qu'ils ayent aquis leur impetuofité, sont en raison sous-sesqui-quarte, ou de 5 à 4 aux distances precedentes : & l'espace que font ces corps pour acquerir leur viffesse est en raison sous-sesqui-quarte doublee, c'est à dire de 16 à 25 aux mesmes espaces. Par exemple, Saturne perihelie est éloigné du Soleil de 16089825 lieües¹⁰⁰ : quoy que selon la derniere supputation il ne deust estre éloigné que de 12871860¹⁰⁰ ; & qu'au lieu qu'il fait 1730" pieds dans vne seconde, il ne deust faire que 1384¹⁸. Semblablement au lieu qu'il doit tomber dans 72"¹⁰⁰, il suffit qu'il tombe de 57"³⁴¹. Or tous ces nombres sont en raison sesqui-

quarte, & les espaces qu'ils font en ce temps sont en raison de 25 à 16, parce qu'ils feront 4 lieües 2793 pieds en $72''\frac{43}{400}$, & 2 lieües 9932 pieds en $57''\frac{342}{1000}$.

Cecy estant posé, il est facile de trouuer la distance du lieu où Saturne a esté formé, car il est éloigné du Soleil de 12871863 lieües 4112 pieds: celui de Jupiter de 7421956 lieües 8276 pieds, comme l'on demonstre en ajoutant le demi-diametre de son cercle, à sçauoir 7421951 lieües, 10476 pieds, au chemin qu'il a fait en ligne droite pour aquerir la vitesse de 4 lieües 12800 pieds.

Le lieu de Mars est éloigné de 2087087 lieües 234 pieds: celui de la terre de 1374568 lieües 13439 pieds: celui de Venus de 988742 lieües 8333 pieds: celui de Mercure aphelie de 621324 lieües 9498 pieds: d'où l'on tire la mesme proportion dont nous auons parlé; car la distance de Saturne au Soleil contient 20 fois $\frac{7}{10}$ celle de Mercure aphelie; celle de Venus 13 fois; celle de la terre 9 fois $\frac{2}{3}$; celle de Mars 6 fois $\frac{1}{2}$; & celle de Jupiter vne fois $\frac{1}{4}$ vn peu moins. Mais il faut expliquer la maniere de supputer ces temps & ces espaces, afin que chacun puisse examiner la verité du calcul.

Or cette supputation est fort briefue, & facile; car si l'on veut trouuer que Saturne fait 1730 pieds dans vne seconde, il faut diuiser toute sa circonference reduite en pieds de Roy par le nombre des secondes qu'il employe à faire son tour entier, afin d'euitier les fractions qui se rencontrent dans les autres manieres de supputer. Et puis pour sçauoir en combien de temps il a aquis cette vitesse, nous supposons nos experiences tres-certaines, qui nous ont monstre qu'un corps mobile fait 12 pieds en vne seconde, 48 en 2'', 108 en 3'', &c. D'où nous concluons que quand il tombe de 108 pieds, qu'il est necessaire qu'il fasse 12 pieds en la premiere seconde de sa cheute, 36 en la 2, 60 en la 3, &c. de sorte que la difference du chemin qu'il fait en chaque seconde est de 24 pieds, puis qu'il y a 24 de 12 à 36, & de 36 à 60, & que le chemin de la descente s'augmente en proportion Arithmetique par l'addition continuelle du mesme nombre 24. Desorte que si l'on veut sçauoir le temps qu'il faut à vn mobile pour aquerir par sa cheute vne vitesse capable de faire 60 pieds dans vne seconde, il faut diuiser 60 par 24, qui est la difference du chemin qu'il fait en chaque seconde, pour auoir 2 $\frac{1}{2}$; & à cet instant il aura aquis vne impetuosité capable de faire 60 pieds en vne seconde, s'il n'augmentoit plus sa vitesse. Or si l'on suppose que Saturne fasse dans son cercle 1730 pieds $\frac{2}{3}$ en chaque seconde, il faut diuiser ce nombre par 24, & le quotient donnera $72''\frac{43}{400}$, à sçauoir le temps qui luy est necessaire pour aquerir vne vitesse capable de faire 1730 pieds en vne seconde, pourueu qu'il n'augmente plus sa vitesse.

Mais il faut remarquer que ie suppose que les Planettes ne fassent pas plus de chemin en tombant que font icy les corps pesans; car nous ne pouuons faire d'experiences qui nous contraignent de conclure qu'ils descendent plus viste que les corps terrestres, qui descendent quasi aussi viste les vns que les autres, lors qu'ils ont assez de force pour vaincre tellement l'air, qu'il ne leur apporte nul empeschement sensible, comme nous auons dit en vn autre lieu.

Voyons donc suiuant ces hypotheses de quelle distance de leur cercle ils sont tombez, & combien ils ont fait de chemin auant que de torner en rond; ce que l'on treuuera en vsant d'une regle, que l'on peut nommer regle quarree de 3, & en disant si dans vne seconde le mobile fait 12 pieds, combien fera-il en $72''$

$\frac{4}{100}$, ie quarre le 1 & le 3 nombre, & puis ie multiplie le quarré du 3 par le 2, & diuise le produit par le quarré du 1. Par exemple, ie quarre icy 1 & 72 $\frac{43}{406}$ pour auoir 1 & 5199 $\frac{78649}{100000}$, & puis ie multiplie 5199 par 12 pour auoir 62393 pieds $\frac{31947}{40000}$ qui est la distance cherchee.

Si le premier nombre eust esté autre que 1, il eust fallu diuiser 62393 par le quarré dudit nombre: or ie prouue la verité de cette regle en doublant le nombre 62393 pour auoir 124787 $\frac{15947}{20000}$ que Saturne fera en 72" de mouuement circulaire qui n'augmente plus sa vifteffe; parce que s'il fait 62393 pieds en 72" de mouuement augmenté, & inegal, & s'il continue de la mesme vifteffe, il fera le double à sçauoir 124779 pieds d'un mouuement egal & vniforme en 72": de sorte qu'en diuisant 124787 pieds $\frac{15947}{20000}$ par 72" $\frac{43}{400}$, le quotient doit donner le nombre des pieds qu'il fait en chaque seconde dans son cercle: ce qui arriue semblablement dans la diuision où le quotient est 1730 pieds $\frac{19}{100}$, que Saturne fait dans 1" en son cercle.

D'où l'on peut encore tirer vn autre moyen pour sçauoir de combien Saturne est tombé pour auoir acquis sa vifteffe, car si l'on multiplie le nombre des secondes 72" $\frac{43}{400}$ par les pieds qu'il fait dans 1", à sçauoir 1730 $\frac{19}{100}$, l'on aura 124789 $\frac{15947}{20000}$, lequel diuisé par 2 donne 62393 $\frac{31947}{40000}$, comme deuant. Or encore que l'on suiue les experiences de Galilee pour le temps des cheutes, elles ne fauorisent pas beaucoup sa pensee, car si l'on met le cercle annuel de 200 demidiemetres terrestres, & que le mobile tombe de 100 brasses en 5", qui font 4 brasses en 1", & 16 en 2", il fera 12 brasses en la seconde 1", 20 en la 3, & ainsi des autres en aioûtant toujours 8 brasses. Et puis si ses 100 brasses font 166 $\frac{2}{3}$ pieds, de sorte que les brasses soient aux pieds comme 5 à 3, l'on trouuera que Saturne fait 1384 pieds $\frac{19}{100}$, qui donnent 830 brasses $\frac{124}{100}$ en 1", lesquelles estant diuisees par 8 qui est la difference du chemin que fait le mobile en chaque seconde, l'on a 103" $\frac{4174}{5000}$ pour le temps que le poids fera 4 lieues 11879 pieds $\frac{14}{100}$, car si l'on multiplie 103" $\frac{4174}{5000}$ par soy-mesme, l'on aura 10781 $\frac{1}{100}$, qui multipliez par 4 donnent 43126 brasses, qui valent 4611879 pieds, c'est à dire 9484 pieds dauantage que dans nostre calcul: & Iupiter aura esté cree à 8 lieues 11046 pieds de son cercle, ce qui ne surmonte le calcul precedent que d'une lieue, 2295 pieds: & ce qui n'est pas considerable sur des distances de plusieurs millions de lieues.

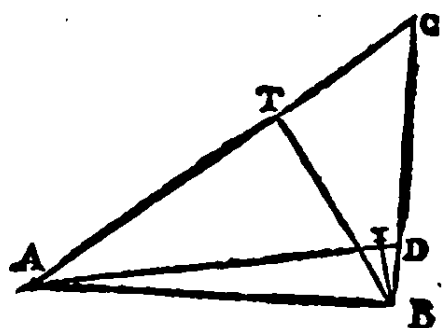
COROLLAIRE.

Cette opinion n'empesche pas que Dieu n'ayt laissé tomber les Planètes, & mesme les Estoilles de differens lieux, & qu'il n'ayt changé leurs mouuemens droits en circulaires, ou Elliptiques, ou en telle autre figure qu'il luy a pleu; aussi n'ay-je pas conclu qu'il ne l'aye pas fait, mais seulement qu'il n'a pas esté possible suiuant les hypotheses dont il est question; c'est pourquoy il est encore libre à chacun de s'en imaginer ce qu'il voudra, & d'inuenter d'autres hypotheses qui sauuent, & expliquent tout ce qui peut arriuer aux differens mouuemens des corps celestes. Or apres auoir expliqué ce qui concerne la cheute perpendiculaire des poids, il faut examiner l'oblique qui se fait par le moyen des plans inclinez à l'horizon.

PROPOSITION VII.

Expliquer les mouuemens des poids sur les plans inclinez à l'horizon, avec la proportion de leurs vitesses; & déterminer si le poids qui tombe, passe par tous les degrez possibles de cadiuete.

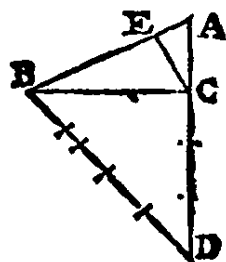
Nous auons monsté dans les propositions precedentes, que les poids qui descendent perpendiculairement au centre vont toujours en augmentant leur vitesse dans toutes les cheutes que l'on peut experimenter; ce qui arriue semblablement au poids qui se meut sur vn plan incliné à l'horizon. Or auant que d'apporter nos experiences, il est à propos de remarquer que Galilee s'est serui de cette speculation, lors qu'il a dit vers le commencement de ses Dialogues, que Iupiter, & les autres Planettes tomberent en droite ligne, en passant premiere-ment par tous les degrez de cadiuete, iusques à la vitesse qu'ils deuoient retenir dans leurs mouuemens circulaires; ce que nous auons examiné dans la proposition precedente. A quoy il aioûte que le poids acquiert en tombant vne impetuositè capable de le reconduire en haut par autant d'espace qu'il est descendu, pourueu que l'on oste toutes sortes d'empeschemens: par exemple le boulet qui tomberoit au centre, remonteroit aussi haut de l'autre costé du centre, n'y ayant que l'air qui puisse diminuer cette ascension: ce qu'il confirme par le poids attaché à vne chorde, lequel estant tiré hors de sa perpendiculaire, retourne aussi loin de l'autre costé, excepté l'empeschement de l'air & de la chorde: & par le siphon, dans lequel l'eau remonte aussi haut comme elle est descendue: mais ie traiteray de ces matieres dans vn autre lieu: car il faut icy considerer la descente des corps sur les plans inclinez, comme sont le plan CA, & DA sur le plan horizontal AB; or cette descente se fait pour le mesme dessein qu'elle se fait par la perpendiculaire CB, puis que les poids descendent pour arriuer au centre de la terre: & parce que le poids estant arriué au point A est aussi pres du centre que quand il est descendu en B, il acquiert vne mesme impetuositè, tant en A qu'en B, laquelle est si grande qu'elle pourroit faire remonter le poids A & B en C; car bien que la ligne CA soit plus longue que CB, il remonteroit neantmoins aussi aisément, parce qu'il auroit moins de contradiction.



Or il faut examiner ces pensees de Galilee, & considerer que s'il est veritable que le poids acquiere vne egale impetuositè toutes & quantes fois qu'il se fera egallement approché du centre, qu'il ne tombera que iusques en T sur le plan CA, pendant qu'il tombera perpendiculairement iusques en B. Ce point T se trouue au point où tombe la perpendiculaire tiree du point B sur le plan CA, à sçauoir BT: ce qu'il faut toujours faire pour trouuer les autres points du plan incliné, esquels le poids se doit rencontrer lors que le lieu de la descente perpendiculaire est donné, ou pour trouuer ledit lieu de la ligne perpendiculaire: par exemple, la ligne tiree perpendiculairement sur CA au point A, & consequemment parallele à la ligne TB, estant tiree iusques à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire CB prolongee, donnera le lieu du poids qui tombe perpendiculairement

lairement qui se trouuera au point de la rencontre de ces 2 lignes. Semblablement en la ligne inclinee DA , le poids tombant de D en B , tombera par l'inclinee, de D en I , qui est le lieu où la ligne tiree de B coupera DA en angles droits: & quand il sera tombé en A par la ligne DA , il sera au point de la ligne DB prolongee où elle sera coupee par la ligne tiree du point A parallele à IB , qui coupera DA en angles droits.

D'où il s'ensuit encore que le temps de la cheute perpendiculaire est au temps de la cheute oblique, comme le chemin oblique au perpendiculaire; par exemple le temps de la cheute du poids C en B est au temps de la cheute du mesme poids de C en A , comme CB est à CA : ou dans cette seconde figure, le temps de la cheute d' A en C est à la cheute d' A en B comme AC à BA , & consequemment A tombera en mesme temps en D , qu'en B . Or au triangle ABC l'angle B estant de 30 degrez, la ligne AC est la moitié de BA , qui sert de rayon, & AC est le sinus de 30 degrez, autant qu'en a l'angle D du triangle ABD ; & partant son sinus AB est sous double du rayon AD , lequel est quadruple de CA ; & BA est moyenne proportionnelle entre AC & AD , puis qu'elle est double d' AC , & sous double d' AD . Et si l'on suppose qu' AC ayt 3 pieds, le poids le fera en vne demie seconde, & les 3 autres parties qui sont de C en D en vne autre demie seconde, comme nous auons demonsté dans les propositions precedentes: or nous supposons qu'il chet en mesme temps par la ligne AB que par la perpendiculaire AD , il fera donc AB dans vne seconde, c'est à dire 2 fois autant de temps qu'il employe à descendre d' A à C : d'où il s'ensuit qu'il y a mesme raison du temps de la cheute AB au temps de la cheute AC , que de la ligne BA de 6 pieds, à la ligne AC de 3 pieds, car la ligne AB est double d' AC , comme le temps de la cheute AB est double du temps de la cheute AC : ce qu'il falloit demonstrier.

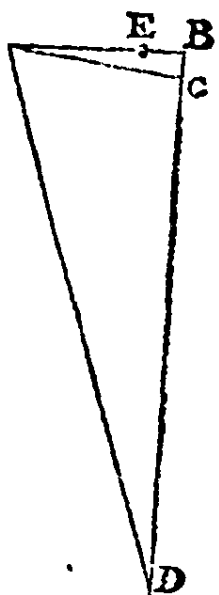


D'ailleurs puis que les temps sont en raison sousdoublee des espaces, la raison du temps de la cheute par AC au temps de la cheute par AD , est comme la racine de l'espace AC , 1, à la racine de l'espace AD , 2. Il y a aussi mesme raison de la ligne AC à BA , & d' AB à DA , car AB estant moyenne proportionnelle entre AC & AD , elle est ausdites lignes, comme les racines des espaces AC & AD sont l'une à l'autre.

D'où l'on peut inferer que la vitesse par la ligne inclinee AB est en quelque façon egale à la vitesse perpendiculaire AC , parce que le temps s'augmente en mesme proportion que l'espace: car de mesme qu'un homme qui fait 10 lieues par iour ne va pas plus viste que celui qui fait 20 lieues en 2 iours, aussi le mobile qui fera AC de 3 pieds dans vne demie seconde, n'ira pas plus viste que celui qui fera AB de 6 pieds dans vne seconde.

Mais le principe, sur lequel ces speculations sont fondees, n'est pas demonsté, à sçauoir qu'un poids tombant par l'inclinee AB garde toujours vne telle vitesse eu egard à un autre corps qu'on laisse tomber en mesme temps du point A par la perpendiculaire AD , que la ligne tiree d'un corps à l'autre, à sçauoir EC , ou BD , qui fera un angle droit sur l'inclinee AB , quoy qu'il y ait grande apparence qu'il est veritable, dont ie diray mon auis à la fin de cette proposition, apres auoir consideré si le poids passe par vne infinité de degrez de rariducté depuis A iusques à C , ou iusques à B .

Or il est certain que le poids descend d'autant plus lentement que le plan est plus incliné, par exemple il va plus lentement sur AB que sur CA ; de sorte que l'on en peut donner vn si peu incliné à l'horizon, que le mobile ne fera que 15 pieds de Roy dans vn an, ou en cent ans, ou en tant de tant que l'on voudra: ce qui monstre vne extrême tardiueté. Que BA soit vne ligne inclinée à l'horizon de 7967056942080000000 perches, chacune de 15 pieds de Roy, si l'on oste trois zero dudit nombre, on aura les lieuës qu'un poids feroit en cent ans. Si l'angle ABD est droit, & que la ligne qui va d'un mobile à l'autre, à sçauoir d' A à D soit perpendiculaire à l'inclinée BA , il est certain, par la supposition, que quand le mobile tombant par BD , sera en D , le mobile tombant en mesme temps de B en A sera en A . Mais pour trouuer l'inclination d' AB , c'est à dire l'angle BAC , & la longueur de BC , il faut sçauoir qu' AB est moyenne proportionnelle entre BD & CB , & partant comme DA est à BA , de mesme BA est à BC , or BD est à BA comme 7967056942080000000 est à 1, donc AB a mesme raison avec BC qu'à BD ; de sorte que BC est seulement $\frac{7967056942080000000}{4426142}$ de perche, ou $\frac{456000000}{142614}$ de pouce; que fait le mobile depuis B iusques à C , en 18 huitiesmes, & 29 neuiesmes de temps, vn peu moins: car s'il fait vn pouce en 5'', il fera $\frac{142614}{1}$ &c. de pouce en 18 huitiesmes.



La demonstration de ce nombre se fait ainsi; ie multiplie $\frac{1}{4426}$ &c. de pouce par le quarré de 5'' pour auoir $\frac{25}{44261}$ &c. dont la racine quarrée est $\frac{5}{210384000}$, ou $\frac{41076800}{1}$ de tierce, en diuisant 8834108313604000000000 neuiesmes minutes d'heure, qui sont en cét ans Iulians, par 7967 &c. car le quotient d'ône 1108 neuiesmes & $\frac{66091177516}{790705694208}$: & si l'on diuise les nōbres de cette fraction par 1635945984, on aura $\frac{104}{487}$: de sorte que l'on aura le mesme temps de 1108 neuiesmes &c. par deux voyes differentes, dont l'une va par la raison des espaces doublee de celle des temps, & l'autre par la proportion d' AD à BA , & de BA à BC ; car les espaces DB , & BC , sont en raison doublee de la raison de DA à BA : mais les temps estant en raison sousdoublee des espaces, le temps de la cheute BD , qui se fait en cent ans, doit estre en mesme raison avec le temps de la cheute BC , c'est à dire avec 1108 neuiesmes & $\frac{104}{487}$, comme la ligne AB , est à BC , c'est à dire comme 7967 &c. à 1.

Et pour sçauoir l'inclination du plan AB , il faut dire si AB rayon 7967 &c. donne BC 1, sinus de l'angle BAC , combien donnera AB 100,000,000,000,000,000,000,000,000,000; l'on aura 125517, qui soustend vn angle de $\frac{2317136306344352}{1}$ de minute de degré, c'est à dire de 4 dixiesmes, & 21 onziemes, qui donnent l'inclination du plan BA , sur laquelle le poids estant en A , aura acquis vne vitesse capable de faire 30 pieds en cent ans. Or estant tombé en C par la perpend. BC , il aura seulement la mesme vitesse, par consequent il passe par tous les degrez de tardiueté, auant que d'auoir acquis vn certain degré de vitesse, attendu que l'on peut encore moins incliner le plan AB : & mesme si l'on prend la vitesse du mobile lors qu'il est en E , que ie suppose éloigné de B de 3 pieds $\frac{1}{4}$, car BE est le quart de BA , il ne fera BE qu'en 50 ans, & ne fera que 15 pieds en cent ans s'il continuë dans cette mesme vitesse, laquelle fera aussi diminuer la vitesse de la cheute perpend. BC en mesme proportion.

Or il

Or il faut icy mettre les experiences que nous auons faites tres-exactement de suite, afin que l'on puisse suivre ce qu'elles donnent. Ayant donc choisi une hauteur de cinq pieds de Roy, & ayant fait creuser, & polir vn plan, nous y auons donné plusieurs sortes d'inclinations, afin de laisser rouler vne boule de plomb, & de bois fort ronde tout au long du plan: ce que nous auons fait de plusieurs endroits differens suivant les differentes inclinations, tandis qu'une autre boule de mesme figure, & pesanteur tomboit de cinq pieds de haut dans l'air: & nous auons trouué que tandis qu'elle tombe perpendiculairement de cinq pieds de haut, elle tombe seulement d'un pied sur le plan incliné de quinze degrez, au lieu qu'elle deuroit tomber seize poulces.

Sur le plan incliné de vingt cinq degrez le boulet tombe vn pied & demi, il deuroit tomber deux pieds, vn ponce: sur celuy de trente degrez il tombe deux pieds: il deuroit tomber deux pieds & $\frac{1}{2}$, car il feroit six pieds dans l'air, tandis qu'il tombe deux pieds & $\frac{1}{2}$ sur le plan, au lieu qu'il ne deuroit tomber que cinq pieds. Sur le plan incliné de 40 degrez, il deuroit tomber trois pieds, deux poulces: & l'experience tres-exacte ne donne que deux pieds, neuf poulces, car lors qu'on met le boulet à deux pieds dix poulces loin de l'extremité du plan, le boulet qui se meut perpendiculairement chet le premier: & quand on l'eloigne de deux pieds, huit poulces sur le plan, il tombe le dernier: & lors qu'on l'eloigne de deux pieds & neuf poulces, ils tombent iustement en mesme temps, sans que l'on puisse distinguer leurs bruits.

Sur le plan de quarante cinq degrez il deuroit tomber trois pieds & $\frac{1}{2}$ vn peu dauantage, mais il ne tombe que trois pieds, & ne tombera point trois pieds & $\frac{1}{2}$, si l'autre ne tombe cinq pieds: par l'air.

Sur le plan de cinquante degrez il deuroit faire trois pieds dix poulces, il n'en fait que deux & neuf poulces: ce que nous auons repeté plusieurs fois tres-exactement, de peur d'auoir failly, à raison qu'il tombe en mesme temps de 3 pieds, c'est à dire de 3 poulces dauantage sur le plan incliné de 45 degrez: ce qui semble fort estrange, puis qu'il doit tomber d'autant plus viste que le plan est plus incliné: Et neantmoins il ne va pas plus viste sur le plan de 50 degrez que sur celuy de 40: où il faut remarquer que ces deux inclinations sont egaleement eloignees de celle de 45 degrez, laquelle tient le milieu entre les deux extremes, à sçauoir entre l'inclination infinie faite dans la ligne perpendiculaire, & celle de l'horizontale: toutesfois si l'on considere cet effet prodigieux, l'on peut dire qu'il arriue à cause que le mouuement du boulet estant trop violent dans l'inclination de 50 degrez, ne peut couler & rouler sur le plan, qui le fait sauter plusieurs fois: dont il s'ensuit autant de repos que de sauts, pendant lesquels le boulet qui chet perpendiculairement, auance toujours son chemin: mais ces sauts n'arriuent pas dans l'inclination de 40, & ne commencent qu'apres celle de 45, iusques à laquelle la vitesse du boulet s'augmente toujours de telle sorte qu'il peut toujours rouler sans sauter: or tandis qu'il fait trois pieds dix poulces sur le plan incliné de cinquante degrez, il en fait six: dans l'air au lieu qu'il n'en deuroit faire que cinq.

Nous auons aussi experimenté que tandis que la boule fait 3 pieds 10 poulces sur le plan incliné de 50 degrez, elle fait 6 pieds & $\frac{1}{2}$ par l'air, combien qu'elle ne deust faire que cinq pieds. A l'inclination de 40 elle fait quasi 7 pieds dans l'air,

pendant qu'elle fait 3 pieds 2 pouces & $\frac{1}{2}$ sur le plan; mais l'experience reiteree à l'inclination de 50, elle fait 3 pieds sur le plan, quoy que la mesme chose arrive à 2 pieds 9 pouces: ce qui montre la grande difficulté des experiences; car il est tres-difficile d'appercevoir lequel tombe le premier des deux boulets; dont l'un tombe perpendiculairement, & l'autre sur le plan incliné. J'ajoute néanmoins le reste de nos experiences sur les plans inclinez de 60 & de 65 degrez: le boulet éloigné de l'extremité du plan de 2 pieds, 9 pouces, ou de 3 pieds, tombe en mesme temps que celui qui chet de cinq pieds de haut perpendiculairement, & néanmoins il deuroit cheoir 4 pieds $\frac{1}{2}$ sur le plan de 60, & 4 pieds $\frac{1}{2}$ sur celui de 65. Sur le plan de 75 il deuroit faire 4 pieds, 10 pouces, & l'experience ne donne que 3 pieds & $\frac{1}{2}$. Peut estre que si les plans ne donnoient point plus d'empeschement aux mobiles que l'air, qu'ils tomberoient suivant les proportions que nous avons expliqué: mais les experiences ne nous donnent rien d'assuré, particulièrement aux inclinations qui passent 45 degrez, parce que le chemin que fait le boulet à cette inclination, est quasi egal à celui qu'il fait sur les plans de 50, 60, & 65; & sur celui de 75 il ne fait que demipied davantage.

COROLLAIRE I.

Je doute que le sieur Galilee ayt fait les experiences des cheutes sur le plan; puis qu'il n'en parle nullement, & que la proportion qui donne contredit souvent l'experience: & $\frac{1}{2}$ desire que plusieurs esprouent la mesme chose sur des plans differens avec toutes les precautions dont ils pourront s'aider, afin qu'ils voyent si leurs experiences respondront aux nostres, & si l'on en pourra tirer assez de lumiere pour faire vn Theoreme en faueur de la vitesse de ces cheutes obliques, dont les vitesses pourroient estre mesurees par les differens effets du poids, qui frappera d'autant plus fort que le plan sera moins incliné sur l'horizon, & qu'il approchera davantage de la ligne perpendiculaire.

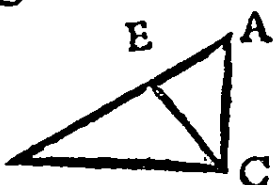
COROLLAIRE II.

Ceux qui ont veu nos experiences, & qui y ont aidé, sçavent que l'on n'y peut proceder avec plus de iustesse, soit pour le plan qui est bien droit, & bien poli, & qui contraint le mobile de descendre droit, ou pour la rondeur, & la pesanteur des boulets, & pour les cheutes; d'où l'on peut conclure que l'experience n'est pas capable d'engendrer vne science, & qu'il ne se faut pas trop fier au seul raisonnement, puis qu'il ne respond pas toujours à la verité des apparences, dont il s'éloigne bien souvent: ce qui n'empeschera pas que ie ne parle du plan également incliné, tel qu'il doit estre, afin que les corps pesans le pressent & pesent également sur chacun de ses points. Si quelqu'un desire faire les experiences plus iustes, il doit user d'un plan incliné plus long que le nostre; par exemple d'un plan de 48 pieds, sur lequel le temps de la cheute sera beaucoup plus sensible: & si l'on en auoit vn de cent, ou 200 pieds, il seroit encore meilleur.

PROPOSITION VIII.

Demonstrer si vn poids peut descendre par vn plan incliné iusques au centre de la terre, & la maniere de descrire vne ligne tellement inclinee, que le poids pese toujours dessus, & la presse également en chaque point.

Il est certain que le plan qui doit supporter vne mesme partie d'un poids dans tous les points, doit estre également incliné à l'horizon, & que ceux qui s'imaginent que nos plans ordinaires, par exemple que le plan A B est également incliné sur l'horizon B C en toutes ses parties se mesprennent; car le point A est autrement incliné que le point E, & le point B autrement qu'E; de sorte qu'il y a autant de differentes inclinations qu'il y a de differens points sur nos plans ordinaires: d'où il arriue que l'on peut se tromper aisément dans les traitez Mechaniques, qui supposent les plans inclinez: car bien que la difference des inclinations & de leurs parties differentes ne soit pas bien grande, elle peut neanmoins empescher la verité des demonstrations qui consiste dans l'indiuisible; & si les plans estoient fort longs, l'erreur seroit sensible, & le poids qui seroit soustenu par l'un des points, pourroit rouler, ou couler sur les autres; ce que l'on auoiera lors que l'on aura compris le discours qui suit, & lequel monstre la difference des inclinations d'un plan continué en droite ligne, comme sont les nostres, & qui enseigne à descrire toutes sortes de plans également inclinez à l'horizon, afin que les poids les pressent toujours également, ou qu'un mesme poids pese differemment sur les plans qui continuent en ligne droite, comme sont les plans ordinaires.



Or il faut icy remarquer deux choses, à sçauoir que toute ligne droite est inclinee à l'horizon; & que cette inclination est diuerse, selon les diuerfes parties de la ligne. En apres, que l'inclination d'un plan est l'angle compris entre la ligne horizontale, & le plan ou la ligne inclinee: cecy estant supposé,

Que E F soit vne ligne droite posée sur le cercle qui represente la terre, ou l'horizon; puis qu'elle le touche au point D, elle est coupee en ce point à angles droits par la ligne perpendiculaire D O, & partant elle est horizontale en ce point, hors duquel elle est necessairement inclinee, pource qu'elle n'est plus coupee à angles droits par la ligne perpendiculaire, laquelle estant autre que D O, fait vn angle au centre de la terre avec ladite ligne D O; partant l'angle qui se fait sur la ligne E F est moindre qu'un angle droit.

Que i o O soit vne perpendiculaire, qui tombe du point i o de la ligne E F au centre de la terre, ie dis que ladite ligne E F est inclinee à l'horizon en ce point, selon la mesure de l'angle que fait ladite perpendiculaire i o O, avec la perpendiculaire D O, à sçauoir de 10 degrez, pource que l'angle O D i o estant droit, l'angle O i o D sera complement de i o O D, & partant de 80 degrez, qui est l'inclination de ladite ligne E F avec la perpendiculaire, dont le complement est l'inclination avec la ligne horizontale, & sera de 10 degrez; & tel sera l'angle X i o O, que fait ladite ligne E F avec la ligne X i o Z, qui est l'horizontale, estant parallele à la ligne 280, 100.

Or plus on s'eloignera du point horizontal D, & plus l'inclination sera grande.

de, d'autant que l'angle qui se fait au centre de la terre croist toujours.

D'où il s'ensuit que les poids qui seront sur ladite ligne rouleront toujours iusques à ce qu'ils soient audit point D, & ce d'autant plus viste, qu'ils en seront plus éloignez (l'impetuosité ostee) car lors qu'ils seront en ce point, la ligne perpendiculaire passera par le centre de grauité dudit corps, à sçauoir par C, & le coupera en deux parties egales; mais s'il est éloigné iusques au point 10, il sera coupé inegalement, & la partie qui est vers D sera plus grande & plus pesante que l'autre, & partant elle l'emportera necessairement vers ledit point D.

Mais il faut voir de combien lescdites parties sont plus pesantes l'une que l'autre, selon les diuerses inclinations: & pour ce sujet ie tire la ligne 10 C A perpendiculaire à la ligne droite E F, qui coupe le cylindre en deux parties egales, & puis le rayon C B; & dis que l'angle A C B est egal aux deux angles C 10 B, & C B 10, qui sont egaux, pource que leurs bases sont egales, c'est pourquoy il sera double de l'un d'iceux: or A 10 B estant de 10 degrez, A C B sera de 20, & mesurera l'arc A B. Ledit arc estant trouué, ie dis qu'il y a mesme raison de la circonference 360 degr. à l'arc A B 20 degr. que du plan de tout le cercle (que ie suppose estre de 154 pieds, prenant le diametre de 14 pieds) au plan A C B, qui sera de 8¹/₂ pieds quarez, dont l'épaisseur sera d'un pied, si le corps cylindrique a vn pied d'épaisseur.

Pour le triangle equicrure C B 10, ie tire la ligne C I, perpendiculaire à la base, ou soustenduë de 160 degrez. B 10, partant C I sera sinus du complement de l'angle I C 10, ou I C B de 80 degrez, dont les lignes B I, 10 I, sont les sinus. Or le rayon C 10 estant 7, C I sera 1 pied, 5 pouces, moins ¹/₂; & 10 I sera 6 pieds, 10 pouces, 8 lignes, vn peu plus; qui multipliez par vn pied & 5 pouces font 9 pieds, 109 pouces ¹/₂; lesquels estant ajoûtez au plan A C B, 8 pieds ¹/₂, ou 80 pouces, l'on aura 18 pieds, 45 pouces, 48 lignes, pour le plan de la figure A 10 B, lesquels estant ostez du demicercle de 77 pieds, il restera 58 pieds, 98 pouces, 96 lignes pour la moindre section 10 B: & partant l'autre section sera de 95 pieds, 45 pouces, 48 lignes, c'est à dire de 36 pieds, 90 pouces, 96 lignes plus que l'autre.

Or les pieds dont nous parlons icy sont cubes, mais les pouces & les lignes sont quarez, & d'un pied d'épaisseur.

Pour ce qui est de la pesanteur, ie suppose que le cylindre soit de fer, dont le pied cube pese 576 liures, & le pouce d'un pied d'épaisseur, 4 liures, car il y en a 144 au pied; & la ligne ¹/₂ de liure, c'est à dire 3 gros, 40 grains, ou 256 grains; de sorte que le cylindre pesera 88704 liures: la grande section, qui seule ne pese point sur le plan incliné, est de 54901¹/₂ liu. & la moindre de 33802¹/₂, dont la difference est 21098¹/₂ liures.

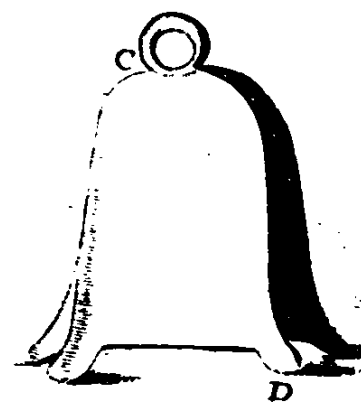
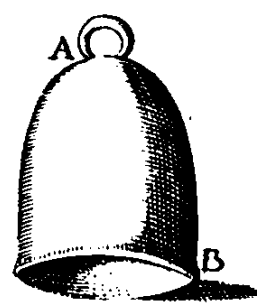
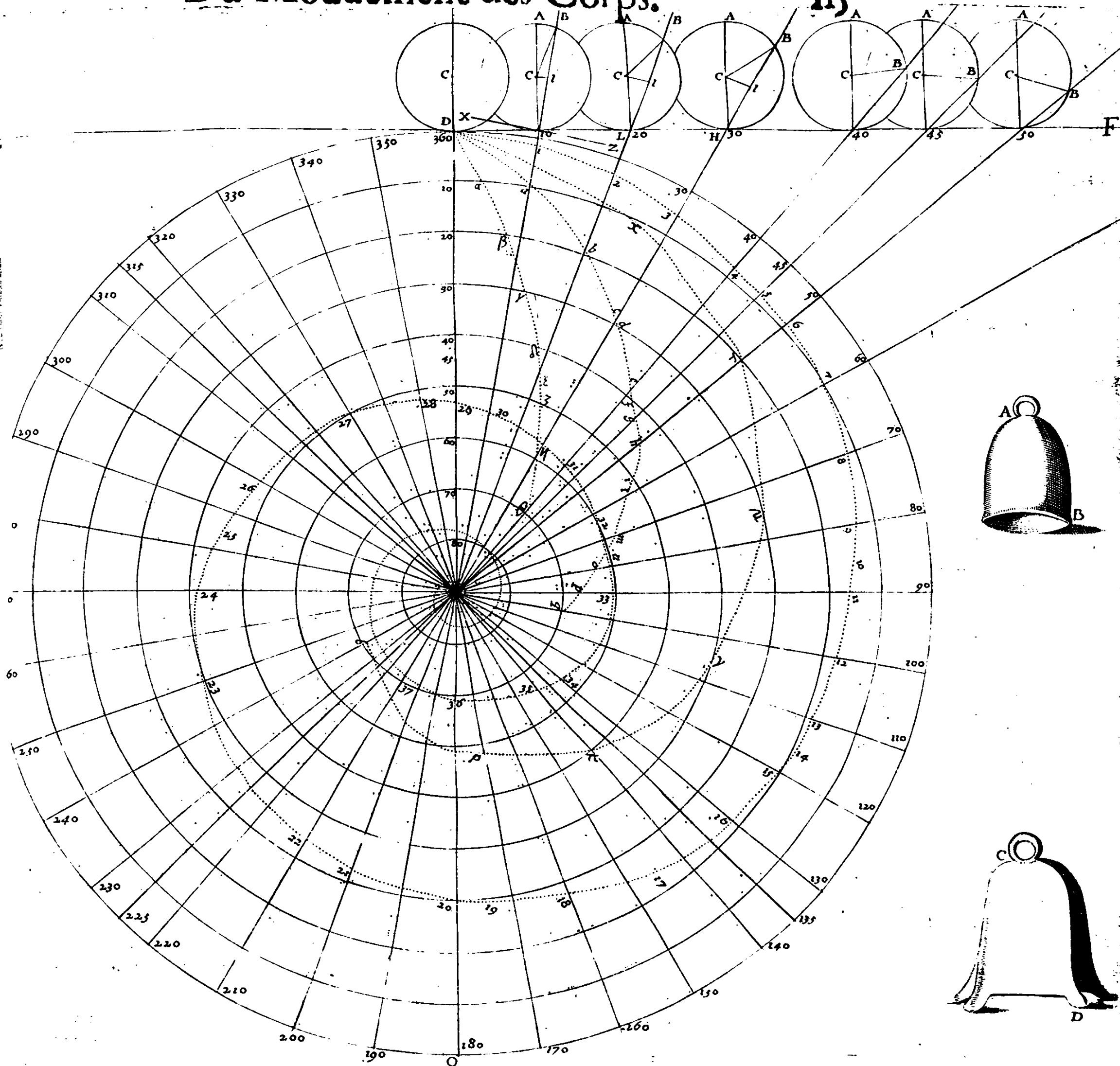
L'inclination estant de 20 d. la grande section contient 65 pieds, 103 pouces, 114 lignes, qui sont 37855 liur. vn ¹/₂ plus que l'autre. Cette difference estant donnee, si l'on veut sçauoir la moindre section, il faut prendre la moitié desdits 65 pieds, 103 pouces, 114 lignes, à sçauoir 32 pieds 123 pou. 129 li. & l'oster du demicercle 77 pieds pour auoir 44 pieds 20. po. 15 l. & si l'on ajoûte lescdits 32 pieds 123. po. 129 l. à 77, on aura la grande section 109 pieds, 123 pouces, 129 lignes.

L'inclination estant de 30 degrez, l'excez de la grande section sera 93 pieds, 111 pouces, qui pesent 58012 liures plus que la moindre section, c'est à dire 30 pieds, 16 pouces ¹/₂.

L'inclination

Du Mouuement des Corps.

II 5



L'inclination estant de 45 degrez, la moindre section aura 14 pieds, & la grande 140, qui est dix fois dauantage; & ainsi il n'y aura que dudit corps qui pesera sur le plan.

L'inclination estant de 60 degrez, l'excez sera 145 pieds, 15 pouces qui pesent 83580 liures, car la moindre section n'aura que 4 pieds 64 po., & la grande 149 pieds 79 po.

Et ainsi la partie de deuers le point D sera dautant plus pesante que le poids sera plus eloigné dudit point D, & tombera plus viste, soit pour sa pesanteur augmentee, ou pource que le plan s'opposera moins à sa course, & que le poids ne pesera pas tant dessus, car il ne doit peser que le double du poids de la moindre section.

Mais si on vouloit faire vn plan qui gardast toujours mesme inclination, il faudroit qu'il coupast toutes les lignes prouenant du centre à mesmes angles, & qu'il formast vne sorte d'helice semblable à celle que feroit vn vaisseau qui vogueroit toujours par vne mesme route, & qui couperoit tous les Meridiens à mesmes angles, lequel par ce cours ne pourroit iamais arriuer au Pole où sont tous les meridiens, pource qu'il ne les pourroit pas tous couper par vn mesme angle en vn seul point : de mesme ce plan couperoit toutes les perpendiculaires à mesmes angles, & pour la mesme raison il ne pourroit iamais arriuer au centre de la terre, estant impossible qu'une ligne coupe à mesmes angles vne infinité d'autres lignes en vn seul point.

D'ailleurs, combien que ledit plan approche toujours du centre, neanmoins il n'y va pas, mais il tourne à costé; & partant il n'y arriuera iamais, mais il tournera perpetuellement à l'entour. Car si l'on s'imagine ledit plan aussi pres de la terre que la presente figure le monstre, encore qu'il fust extremement pres du centre, eu egard à toute la terre, l'on void par ladite figure qu'on le peut encore approcher beaucoup plus pres: & quand on l'aura conduit iusques à vne ligne pres du centre, il sera encore facile de le faire approcher plus pres, en prenant l'espace d'un pied qui respond en toutes choses à celuy d'une ligne, & dont les espaces supposez ayent mesme raison avec eux, que 144 à vn; car l'on a autant de droit de faire qu'une grande figure en represente vne petite, que de faire de petits globes qui representent toute la terre avec ses fleuves, ses montagnes, & ses forests: & dans ledit espace d'un pied l'on pourra encore conduire le plan iusques à vne ligne pres du centre, qui ne sera que $\frac{1}{144}$ d'une ligne: & si l'on veut passer outre, l'on pourra encore faire ledit espace d'un pied de diametre, & conduire le plan iusques à l'infini. Et bien qu'il y eust beaucoup de trauail à supputer lesdits espaces, & combien cette ligne ou plan feroit de tours autour du centre, ou combien elle en seroit proche à chaque tour, neanmoins il n'est pas impossible; mais il faudroit trouuer les secantes & les tangentes des tierces, quartes, & cinquiesmes, & peut estre aussi des septiesmes, & huitiesmes, qui sont les dernieres pour acheuer 90 degrez; ce qui produiroit des secantes merueilleusement grandes: & puis il faudroit ajoûter toutes lesdites secantes depuis la premiere iusques à celle d'une septiesme ou huitiesme pres de 90 deg.

Or pour conduire ledit plan incliné, ie suppose que le cercle qui est icy decrit soit l'Equateur sur le globe de la terre coupé en deux parties, afin que les lignes perpendiculaires qui vont au centre soient les meridiens, selon l'ordre qu'ils sont marquez sur la terre, & qui diuisent icy le cercle, ou l'Equateur, en 360 deg. de longitude.

Pareillement chaque perpendiculaire (ou meridien) est diuisée en 9 parties egales, dont chacune contient 10 deg. de latitude, par toutes lesquelles parties passent de petits cercles, qui sont les paralleles. Or cette ligne doit tellement estre conduite du point D, qu'elle coupe tous les meridiens & paralleles à mesmes angles: & si le plan est incliné de 45 deg. quand la ligne courbe descriuant ledit plan sera arriuee à 10 deg. de longitude, à sçauoir au point A, elle aura 9 deg. 57' de latitude, & il s'en faudra 3' qu'elle ne soit au dixiesme parallele, ou à 10 d. de latit. & quand elle sera arriuee audit parallele, lors elle aura passé le 10 Meridien, & sera à 10 deg. 3' de longit. Estant au point b à 20 deg. de longitude, elle

aura

aura 19 deg. 37' de latitude; & estant à 20 deg. de latitude elle aura 20 deg. 25' de longitude, &c. comme l'on peut voir dans la table qui suit. Or l'on trouuera la longitude à quel degré de latitude qu'on voudra, par exemple au quinzième degré, en assemblant les secantes de toutes les minutes depuis l'Equateur, qui est pris pour le rayon; iusques au quinzième degré, qui seront en tout 900 secantes sans ledit rayon, lesquelles reuiennent à 9104428, que ie diuise par le rayon, qui est icy 10000, pour auoir 910', qui sont 10 d. 10' de longitude: ce qui est si exact, qu'il seroit difficile d'appercevoir la difference des vrais espaces à ceux-cy. Neanmoins quand on approchera du centre de la terre, pource que les secantes des minutes sont beaucoup differétes les vnes des autres, il faudra ajoûter les secantes de toutes les secondes, & puis des tierces & quatrièmes, iusques à ce que leur difference ne soit pas sensible; si l'on y veut proceder exactement: de sorte que la latitude estant donnée en cette inclination de 45 degrez, il faut seulement diuiser les secantes des minutes (ou demi degrez si on ne se soucie pas d'une mesure si exacte) par le rayon, & l'on aura les minutes (ou demi degrez) de longitude. Mais vne quantité de minutes de longitudes estant donnée, par exemple 600', qui sont 10 degrez de longitude, il faut multiplier 600' par le rayon, pour auoir 6000000, qui est la somme des secantes de 9 degrez, 57' de latitude.

Aux autres inclinations il n'est pas si facile de trouuer la longitude & la latitude; mais la longitude estant donnée, il se faut seruir de la proportion suivante: Comme le rayon à la tangente de l'angle d'inclination, de mesme les minutes de longitude à la somme des secantes des minutes de latitude: par exemple, ie veux sçauoir à combien de degrez de latitude sera paruenue le plan de 10 degrez quand il sera au point 4, qui est 40 degrez de longitude, ie dis comme le rayon 100000 à la tangente de 10 degrez d'inclination 17633, de mesme 40 degrez ou 2400' de longitude, à 42319200, qui est le nombre des secantes de 7 degrez 2', ou de la latitude cherchée.

La latitude estant donnée, par exemple, le plan estant au point 7 en latitude de 10 degrez, ie cherche en quel Meridien il est, & dis:

Comme le rayon 100000 à la tangente du complement de l'angle d'inclination de 10 degrez, qui est 567128, de mesme la somme des secantes de 10 degrez de latitude, qui est 6030618, aux minutes de longitude, la somme sera 3420'¹⁹³²⁵₁₀₀₀₀₀₀, qui sont 57 degrez, 0', 7'', 56''', 22'''' de longitude. On peut faire le mesme aux autres inclinations.

Or pour sçauoir combien le plan est éloigné de la surface de la terre à chaque degré de latitude, il faut prendre la proportion de 90 degrez à 1145 lieues, qui est la distance de la surface au centre de la terre: & ainsi quand ledit plan sera à 50 degrez de latitude, il sera éloigné de 63 lieues¹⁸ de ladite surface: quand il sera à 10 degrez, il en sera à 127 lieues¹; à 15 degrez 190 lieues¹; à 20 degrez 254 lieues¹; à 30 degrez 381¹; à 40 degrez 508⁸; à 45 degrez 572¹; à 60 degrez 763¹; à 70 degrez de latitude il en sera éloigné de 890 lieues¹, & sera à 254 lieues¹ du centre.

Or la table qui suit aidera encore à comprendre la figure precedente, & tout le discours de cette proposition.

Inclination de 45 degrez.

Longit.	Latit.	Latit.	Longit.
a		a	
10 deg.	9 d. 57'	10 deg.	10 d. 3'
b		b	
20 deg.	19, 37	20	20, 25
c		d	
30	28, 43	30	31, 28
e		f	
40	37, 6	40	43, 42 ¹
g			
45	40, 59	h	
h		45	50, 29 ¹
50	44, 39	i	
		50	57, 54 ¹
i			
60	51, 20	n	
m		60	75, 26', 50"
70			
o			
80	62, 12	q	
p		70	99, 24', 57"
90	66, 31		

Inclination de

67 degrez¹ 22¹

Latit.	Longit.	Latit.	Longit.
a		a	
10 deg.	4 d. 9'	10 d. 24 d. 15', 55"	
b		b	
20	8, 27', 44"	20	49, 17, 39
c		c	
30	12, 2, 8	30	75, 58, 43
d		d	
40	18, 6, 1	40	105, 31 ¹
e		e	
45	20, 54', 54"	45	121, 54 ¹
f		f	
50	23, 59	50	139, 47 ¹
g		g	
60	31, 15	60	182, 8, 46
h		h	
70	41, 10, 41	70	240, 0', 35"

Inclination de 10 degrez.

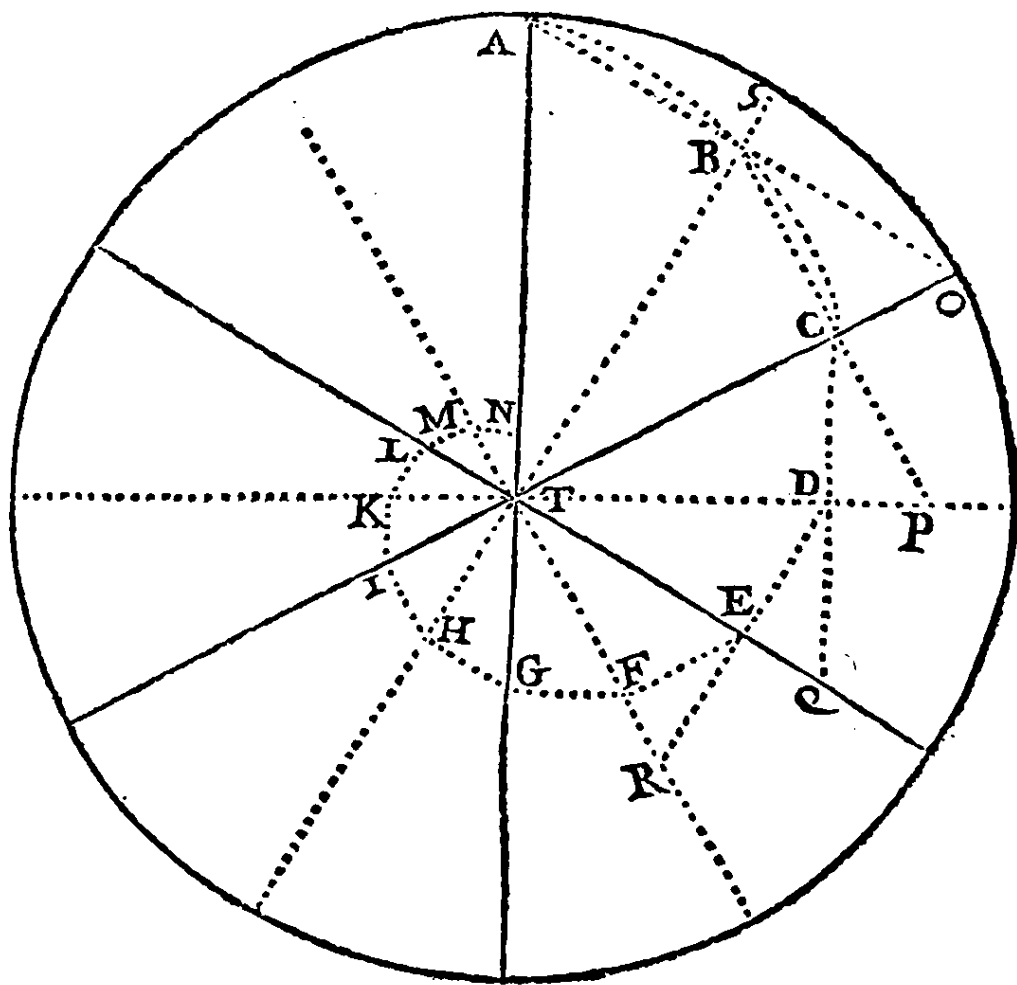
Longit.	Latit.	Latit.	Longit.
1			
10 deg.	1 d. 45 ¹		
2		3	
20	3, 31 ¹	5 d.	28 d. 23', 32"
4			
40	7 deg. 2'		
5			
45	7, 54 ¹		
6		7	
50	8, 46, 55	10 d.	57 d. 0 ¹
8			
70	12, 15		
9		10	
80	13, 58	15 d.	86, 3, 22
11			
90	15, 40 ¹		
12			
100	17, 21 ¹		
13		14	
110	19, 2 ¹	20 d.	215, 47', 55"
15			
120	20, 41 ¹		
16		17	
130	22, 20, 6	25	146, 30, 9"
18		19	
160	27, 8 ¹	30	178, 29', 4"
20			
180	30, 13, 55		
21		22	
200	33, 13, 50	35	212, 7, 21
		23	
		40	247, 53, 8
24		25	
270	42, 55 ¹	45	286, 22, 27
26		27	
300	46, 40 ¹	50	328, 23 ¹
		28	
		52 ¹	351, 2', 25"
29		30	
360	53, 27, 7	55	375, 1 ¹
31		32	
400	57, 27	60	427, 53, 8
33		34	
450	61, 53 ¹	65	489, 26 ¹
35			
500	65, 46, 35		
36		37	
540	68, 30, 48	70	563, 48, 56

PROPOSITION IX.

Expliquer vne autre maniere plus aysee, & Geometrique, pour descrire vn plan d'vne égale inclination ; & determiner quelle figure fait le mouuement des Globes qui roulent sur les plans ordinaires ; & si le roulement est plus viste que le coulement, ou le glissement.

Le cercle estant donné dans lequel, & par le moyen duquel on veut descrire vn plan dont tous les points soient également inclinez, il est aisé de le tracer par

tât de points que l'on voudra, lesquels seront d'autât plus proches les vns des autres, que l'on diuifera le cercle dans vn plus grand nombre de parties. Or ie decris le plan A B C D E F G H I K L M N par le moyen de la diuision en 6 parties, qui se fait en tirant les 6 rayons T A, T O, T Q, &c. Et puis ayant mené la ligne A O, ie la diuise par le milieu en tirant le rayon T S, qui donne B pour le second point du plan. En apres ie transporte l'ouuerture du compas



T B sur le rayon T P, afin de tirer la ligne droite de B à P, laquelle donne le 3 point du plan C ; & puis ie transporte l'ouuerture T C sur le rayon T Q, afin que la ligne C Q marque le 4 point du plan D, & poursuis toujours iusques à ce que tous les points E, F, &c. iusques à N soient marquez : lesquels on peut continuer iusques à l'infini : & si l'on veut en auoir de plus proches, afin que la ligne du plan soit decrite plus exactement, l'on peut tirer tant de rayons que l'on voudra entre T A & T S, & entre ceux qui suivent, afin que la ligne droite, qui touche toujours deux rayons en coupant celui du milieu, soit plus courte. Or ce que i'ay dit de l'hexagone peut estre accommodé au triangle, au quarré, au dodecagone, & à toutes les figures regulieres inscrites dans le cercle.

Mais l'on peut icy remarquer plusieurs choses, & particulièrement qu'un poids se mouueroit perpetuellement par ce plan également incliné, sans pouuoir iamais arriuer au centre de la terre, autour duquel le plan torneroit toujours sans y arriuer ; & consequemment que ce plan ne se rencontre en nul lieu de la nature, qui ne fait rien en vain, & qui donne vn terme, ou vn centre à chaque chose. En second lieu que le boulet descendant par ce plan augmenteroit sa vitesse suivant la progression que i'ay expliquée, si ce n'est que la proportion de nos experiences se change, & que les poids allentissent leurs cheutes, & qu'ils

n'augmentent plus leurs vitesses quand ils sont arriuez à vn certain endroit, dont ie parleray apres.

En troisieme lieu, les vaisseaux de mer qui tiennent leur chemin par les rhums, ou par les loxodromies AB, C, D, &c. qui coupent les meridiens à angles droits iront par vne ligne semblable à celle qui est icy descrite, & garderont la mesme inclination que les poids qui descendroient par vn plan egaleement incliné. Je laisse quantité d'autres conclusions que l'on peut deduire de cette ligne, afin d'expliquer la seconde partie de cette proposition, qui consiste à sçauoir quelle est la figure que décrit la boule qui roûle sur vn plan; ie dis, *qui roûle*, d'autant que si elle glisse seulement, elle décrit autant de lignes droites qu'il y a de points dans sa demie circonference, dont la plus longue & la plus haute est perpendiculaire à l'extremité de son axe A.

Mais quand elle roûle, le point d'attouchement, qui la soustient sur le plan, décrit vne demie Ellipse à chaque tour qu'elle fait: de sorte que la boule qui fait cent fois la longueur de sa circonference en roûlant décrit cent moitez d'Ellipses. Semblablement chaque point de la boule décrit des parties d'Ellipse, comme monstre l'experience, en faisant roûler vne poulie, ou quelqu'autre corps rond, dont on marque le mouuement par le moyen d'un crayon sur vne ardoise mise à costé du corps qui roûle vn tour entier.

Or il faut remarquer que la ligne d'une egale inclination ne se décrit pas seulement par le moyen des angles droits qui se font sur les meridiens, mais aussi par toutes autres sortes d'angles, pourueu qu'ils soient toujours egaux entr'eux.

Quant à la derniere partie de cette proposition, elle est fort difficile à resoudre, & il n'est pas aisé d'en faire l'experience, parce qu'il faudroit auoir vn plan parfaitement poli, & si dur, qu'il ne peust nullement ceder au mobile, qui deuroit auoir les mesmes qualitez: & pour lors il est probable que le glissement feroit aussi viste que le roulement: mais parce qu'il ne se trouue point de plan sans pores, qui n'empesche nullement le mobile, & que ce qui roule ne le touche quasi qu'en vn point, nous ne pouuons auoir de roulemens qui ne soient plus vistes que les glissemens: mais il n'est pas aisé de sçauoir de combien l'un est plus viste que l'autre.

Je remarque seulement icy que la proiection d'un boulet qui se feroit sans rouler, peut estre comparee au glissement; mais parce que l'air peut l'empescher dauantage, lors qu'il le frappe toujours d'un mesme costé de sa surface, que quand il chemine en roulant, il est probable que le boulet va plus loin & plus viste quand il roule: quoy que cette difficulté merite vn discours & vn examen plus particulier. Et il peut arriuer que les boulets ne roulent plus, quand l'impetuosité dont ils sont iettez est trop grande, comme quand ils sont tirez par les artilleries & les mousquets: quoy qu'il semble qu'ils auroient beaucoup plus d'effets s'ils rouloient, parce qu'ils ioindroient la force du vieil brequin, ou de la viz à leur impetuosité.

COROLLAIRE I.

Si l'on vse dextrement de differentes roulettes de bois, de charton, ou d'autre matiere, en les faisant rouler, & en marquant les lignes qu'elles font en l'air, sur
vne

une ardoise, ou sur du papier tandis qu'elles feront vn tour entier, l'on decrira des Ellipses de telle grandeur que l'on voudra plus viste, & plus iustement que par les points, ou les autres methodes dont on vse ordinairement: car le diametre de la roulette sera toujours la moitié du petit diametre de l'Ellipse & le grand sera egal à sa circonference: mais les Ellipses seront toujours d'une mesme espece. Or l'on peut determiner quel doit estre le cone pour l'engendrer par la section: mais les compas qui descriuent toutes sortes de lignes, ou sections coniques sont beaucoup plus excellens, que la pratique de la boule qui se meut, laquelle ne décrit qu'une seule sorte d'Ellipse.

COROLLAIRE VIII.

Puis que j'ay montré la maniere de descrire vn plan egalemeut incliné à l'horizon, il est raisonnable qu'apres le calcul des parties du cylindre, qui pesent differemment sur les plans, selon leurs differentes inclinations, j'examine la 9 proposition du 8 liure des Recueils Mathematiques de Pappus, qui consiste à sçauoir quelle force est necessaire pour soustenir vn poids donné sur vn plan droit incliné à l'horizon selon vn angle donné, dont j'ay déjà parlé assez amplement dans la 4 Addition que j'ay mis dans les Mechaniques de Galilee, c'est pourquoy j'ayoute seulement icy la demonstration qu'en a fait Monsieur de Roberval l'un des plus excellens Geometres de ce siecle.

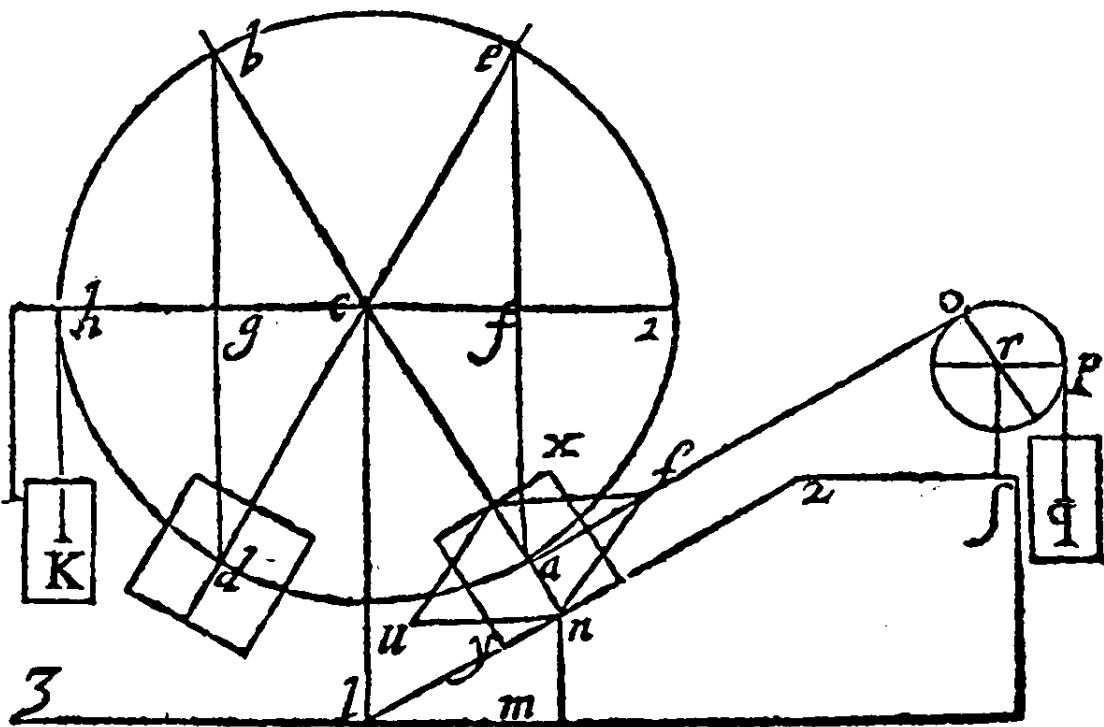
PROPOSITION X.

Le plan estant incliné à l'horizon d'un angle donné, determiner la force qui peut soustenir le poids donné sur ledit plan.

I'en'eusse pas icy mis cette proposition, si elle eust esté en françois, & si le liure où elle est, eust esté commun; quoy qu'elle merite d'estre en plusieurs lieux pour la grande vtilité qu'on en peut tirer. Or le sens commun dicte tout ce qui est supposé dans cette demonstration, à sçauoir que les poids egaux pesent egalemeut d'egales distances, ce qui conuient semblablement aux autres forces egales qui poussent, tirent, pressent, ou frappent d'egales distances: par exemple les poids egaux a & d pesent egalemeut des distances egales cf , & cg , & consequemment demeurent en equilibre. Il faut seulement remarquer que les puissances qui peuuent appliquer leur force en toutes sortes de biaux, & de facons, en peuuent tellement user que l'une tirera, poussera, & pressera en haut ou à gauche, & aussi fort comme l'autre fera en bas, ou à costé droit, &c. de sorte que si celle-cy tire aussi fort en bas que celle-là en haut, il ne se fera nul mouuement: ce qu'il a fallu obseruer, à raison que les forces s'appliquent de tous costez, au lieu que les poids appliquent seulement leur force vers le centre de la terre.

Lors que la puissance applique sa force perpendiculairement sur le plan, il resiste entierement, de sorte qu'elle ne peut passer outre, ny couler dessus. Mais quand elle l'applique obliquement, il ne resiste pas entierement, c'est pour-

quoy elle coulera, ou tombera vers la partie où les angles sont obtus. Par exemple si le poids, ou la puissance s'applique au plan horizontal selon la ligne c, l perpendiculaire à l'horizon, le plan résistera tellement que le poids ne pourra couler dessus, & se reposera nécessairement: de même si la puissance a agit sur le plan $l, 2$ incliné à l'horizon par la ligne c, n perpendiculaire au plan $l, 2$, ce plan résistera aussi à la puissance a . Si elle agit par la ligne f, a , perpendiculaire à l'horizon, & conséquemment oblique au plan $l, 2$, elle coulera vers l , où sont les angles obtus: comme la puissance l agissant obliquement sur le plan l, m par la ligne $2, l$, tombera vers $l, 3$, où l'on voit l'angle obtus $2, l, 3$. Ceci étant supposé. Soit le plan horizontal l, m , auquel le plan $l, 2$ soit incliné de l'angle $m, l, 2$, & que le poids donné soit a , il faut trouver la puissance qui soutienne le poids a sur le plan $l, 2$. Et pour ce sujet il faut considérer le levier a, b , dont c est le soutien, & que la ligne c, l soit perpendiculaire à l'horizon, de sorte que l'angle l, c, a soit égal à l'angle $m, l, 2$. Et puis il faut supposer vn autre levier d, e tellement appuyé sur c , que l'angle l, c, d soit égal à l'angle $m, l, 2$; & que le poids d égal au poids a soit tellement attaché au point d , que les distances c, a, c, d , soient égales; & que d & a soient pendus par leurs centres de pesanteur.



Il faut en fin que h, i soit vn troisieme levier parallele à l'horizon, qui soit semblablement appuyé sur c , & que la distance c, h soit égale à la distance c, d ; & que ces 3 leviers soient tellement disposez qu'ils ne puissent changer les angles qu'ils font avec c , afin qu'ils demeurent comme les rayons d'un même cercle décrit à l'entour du centre c . Et puis il faut tirer les perpendiculaires égales a, f, d, g des points a, d au levier h, i , & les distances c, f, c, g seront aussi égales dans les triangles a, c, f, d, c, g par la 26 du 1.

Or les poids a, d peseront sur les leviers c, a, c, d , comme s'ils estoient pendus des distances égales c, f, c, g , selon les lignes f, a, g, d , & conséquemment ils seront en équilibre. Que comme la distance b, c est c, f , ainsi soit le poids a à la puissance K , laquelle étant éloignée de c, h , contrepesera le poids a éloigné de c, f , ou attaché au levier c, a , par la 6 & 7 propos. du 1 liure des équilibres d'Archimede; de sorte que la puissance K agissant par le levier courbé h, c, a , l'on n'aura pas besoin du poids d , ou du levier d, e , pourveu que le poids a ne coule pas vers n par le levier c, a . Or pour empêcher ce glissement, il faut supposer que le plan $l, n, 2$ est incliné comme il a été dit, & que n, m soit perpendiculaire à l, m .

Et parce qu'aux triangles c, n, l, l, m, n les angles l, c, n, n, l, m sont égaux par la construction, & les angles c, l, n, l, n, m à cause des paralleles c, l, n, m , l'angle c, n, l sera égal à l'angle l, m, n ; or l, m, n est vn angle droit, donc c, n, l est aussi droit, & c, n per-

pendiculaire à ln : donc le plan ln perpendiculaire au poids a empesche qu'il ne tombe par le leuier cn . Toutes ces choses ayant esté posées, que le poids A soit tellement mis sur le plan incliné $l2$, qu'il n'y soit nullement attaché, il est certain qu'il tombera, s'il n'est retenu : par consequent soit que le leuier cn poussé par la puissance k agissant de la distance ch résiste au poids tombant a , ou que quelque puissance égale à k le retienne, il demeurera tellement sur le plan $l2$, qu'il ne pourra monter ny descendre.

Car qu'il descende premierement, s'il est possible, par le plan nl , le leuier ca qui est poussé par K de la distance ch résistant ; donc le leuier ch & la puissance K monteront, le leuier ca descendant avec le poids a , & la distance cf ; ce qui est absurde, puis qu'ils demeurent en equilibrio par la 6 & 7 du 1 des equil. d'Arch. & par consequent le poids A ne descendra pas, tandis qu'il sera retenu de la puissance K par le moyen du leuier hca .

En second lieu, qu'il monte, si faire se peut, par le plan $l2$, le leuier ach poussant par la puissance K , d'où il s'ensuira que le leuier ca montera avec la distance ce en poussant le poids A , tandis que la distance ch s'abaissera avec la puissance K : or ils sont en equilibrio & demeurent, comme il a esté démontré cy-deuant, donc A ne peut monter, encore que K soit poussé par le leuier hca , & consequemment A demeurera sur le plan $l2$, pourueu que le leuier courbé hca poussé par la puissance K de la distance ch l'empesche de tomber.

Et parce que le leuier hca poussant a enuoye sa force par vne ligne perpendiculaire au leuier, que ao soit perpendiculaire au leuier ac , & parallele au plan $l2$, le leuier hca poussant le poids a enuoye sa force par vne ligne perpendiculaire au leuier : que ao soit perpendiculaire au leuier ac , & parallele au plan $l2$, le leuier hca poussant le poids A enuoye sa force par la ligne droite ao , ou par le plan $l2$. Il faut maintenant supposer que la puissance a est égale à la puissance K , qui agit sur le poids a en le poussant au lieu du leuier, & qu'elle dresse sa force par la ligne ao , ou par le plan $l2$, côme le leuier mesme. Et parce que la puissance K agissant par le leuier hca en poussant le poids a par le point a , le retient, il s'ensuit qu'une autre puissance égale à la puissance K agissant de la mesme maniere sur le poids a le retiendra aussi ; de sorte qu'il ne sera pas besoin du leuier, mais seulement de la puissance qui fera la mesme chose que le leuier. Et la mesme chose arriuera toujours, soit que la mesme puissance pousse par le point a , ou qu'elle tire la ligne ao , estant en quelque lieu de ladite ligne, par exemple en o : soit que la ligne ao estant roulée à l'entour de la poulie op , comme vne corde, la puissance, ou le poids y soient suspendus, car quoy qu'il en soit, le poids A sera toujours arrêté sur le plan $l2$, de sorte qu'il ne pourra descendre ny monter. La puissance K est donc trouuée pour arrester le poids A sur le plan donné $l2$ incliné sur l'horizon lm de l'angle donné $ml2$; ce qui auoit esté proposé.

COROLLAIRE I.

Si du point du plan incliné n on tire la perpendiculaire nm sur le plan horizontal lm , comme l'hypotenuse ln à la perpendiculaire nm , ainsi le poids a à la puissance qui l'arrestera sur le plan ln : car comme hc à cf , ou comme ac à cf , ainsi le poids a à la puissance K : or comme ac à cf , ainsi ln à nm , donc comme

ln à nm , ainsi le poids a à la puissance requise : d'où il s'ensuit que la puissance estant vn peu augmentee pourra tirer le poids en haut par la ligne ao sur le plan $l2$. De plus, comme l'hypotenuse ln est à la base lm , ainsi le poids a est à la puissance qui l'empesche de couler par le leuier ca , & de peser sur le plan $l2$, comme il est aisé de demonstrier par ce qui a esté dit cy-dessus. D'où il s'ensuit que la puissance que Cardan donne au liure 5 des proportions, propos. 72. est moindre qu'il ne faut, car il dit que la raison du poids tiré à la force qui le tire sur le plan incliné est celle qui est de l'angle droit à l'angle que fait le plan incliné avec le plan horizontal, parce qu'au triangle lmn il y a moindre raison de l'hypotenuse ln à la perpendiculaire mn , que de l'angle droit nml à l'angle d'inclination mln .

COROLLAIRE II.

Si quelque excellent Geometre entreprenoit l'examen de ce liure de Cardan, & des autres qu'il a faits, ce seroit l'un des plus beaux labeurs qui se pûssent voir, particulièrement s'il demonstroit la verité de ce qu'il a auancé de veritable sans demonstration, par exemple, qu'il est plus difficile de renuerfer le cube que le tetraëdre d'egale grandeur & pesanteur : & l'erreur de ce qu'il a auancé contre la verité, comme lors qu'il a dit avec Tartalea, que la balance inclinee reuiert parallele à l'horizon, au lieu qu'elle s'incline toujours dauantage iusques à ce qu'elle soit perpendiculaire à l'horizon, à cause du centre de la terre, où buttent toutes les choses pesantes. Surquoy Guid-Vbaldea aussi failli, lors qu'il a dit qu'elle demeure dans la mesme inclination qu'on la met. Mais il y a plusieurs difficultez dans cette matiere, à raison que l'on peut faire des balances qui demeurent inclinees en de certaines positions, hors desquelles elles descendront plus bas, & qu'il y peut suruenir tant d'accidents, qu'ils meritent que les plus sçauans Mathematiciens en facent des Traitez particuliers.

COROLLAIRE III.

L'on pourroit peut-estre expliquer pourquoy la boule roulant sur le plan incliné, va moins viste que quand elle chet perpendiculairement, par la demonstration precedente, en disant que la partie de la boule soustenuë par le plan est vne espeece de contrepoids, qui empesche tant qu'il peut la cheute de la boule, laquelle roule dautant plus lentement qu'elle est plus soustenuë, comme i'ay monstté dans les autres propositions. Où il faut remarquer que ce n'est pas mesme chose que le poids soit affoibly par ledit contrepois, ou qu'il soit d'une matiere plus legere: par exemple, si le poids de la boule de plomb d'une liure est tellement diminué par le support du plan, qu'il ne pese plus qu'une once, c'est à dire 16 fois moins, & qu'une boule de bois de mesme grosseur ne pese aussi qu'une once, il ne s'ensuit pas que la boule de bois ne descende plus viste perpendiculairement que celle de plomb obliquement, parce qu'elle n'a nul contrepois, ou plan qui l'empesche, ou qui la destorne de son droit chemin. Mais il suffit de considerer icy si l'empeschement du plan est perpetuellement analogue, & proportionné à la tardiueté, ou à la vitesse de la cheute oblique de la bale qui roule, ou qui coule dessus.

COROL.

COROLLAIRE IV.

Il faut remarquer que ie suppose toujours vne boule ou vn cylindre sur les plans, parce qu'il est trop difficile de determiner les parties des autres corps, par exemple des cubes, & des tetraèdres, qui sont soustenus par lesdits plans; & que ces corps ne peuuent rouler, & couler également comme font les boules: quoy que l'on puisse examiner quelle doit estre l'inclination du plan pour les faire rouler, ou renuerfer, & pour leur faire quitter leur coulement, qui garderoit toujours la mesme raison en augmentant sa vitesse, que le roulement d'une boule, puis qu'ils descendent pour vne mesme cause, & pour vne mesme fin.

COROLLAIRE V.

Puis que nous ne pouuons demonstrier que les poids gardent toujours la mesme proportion de vitesse en descendant iusques au centre, que celle que nous obseruons dans toutes sortes de hauteurs, il n'est pas hors de propos d'examiner s'ils la peuuent changer, & quelle elle peut estre, afin que ceux qui voudront passer plus auant trouuent quelque sorte d'ouuerture en ce sujet: c'est pourquoy j'ai oûte les deux propositions qui suivent auant que d'entamer les autres discours des differens mouuemens de la nature, qui dependent de ceux qui conduisent au centre de la terre, ou qui suivent leur proportion.

PROPOSITION XI.

Determiner si la vitesse des corps pesans qui tombent, s'augmente selon la raison des sections de la ligne coupee proportionnellement: où l'on void les proprietéz de cette section, & la maniere de couper une ligne en moyenne & extreme raison iusques à l'infini.

Le docte Vendelin a esté le premier qui m'a fait penser à cette proportion pour la cheute des corps pesans, car luy ayant demandé son auis sur cette vitesse, il coniectura qu'elle suiuoit peut estre la proportion de la ligne coupee en moyenne & extreme raison, qu'il appelle *diuine*, comme plusieurs autres, à raison de ses proprietéz admirables, dont nous parlerons apres. Mais puis que nous auons déjà réglé cette vitesse par nos experiences, ie mets icy vne table, dans laquelle on verra la comparaison des cheutes qui se font en raison doublee des temps, & de celles qui se feroient selon la section de ladite ligne: & pour ce fuit la premiere colonne monstre par ses nombres le chemin que fait la bale de plomb, qui descend en chaque demie seconde d'heure, ou en 30 tierces, par exemple, 3 signifie qu'elle descend 3 pieds dans la demie seconde, 9, qu'elle descend 9 pieds dans l'autre demie seconde, & ainsi des autres iusques à 51, qui signifie qu'elle fait 51 pied dans la huitiesme demie seconde. La 2. colonne aioûte les nombres precedens, afin de faire voir la cheute des temps precedens, par exemple le 2. nombre, à sçauoir 12, signifie qu'elle fait 12 pieds dans vne seconde, & 27 qui suit, monstre qu'elle en fait 27 dans vne seconde & demie, &c. iusques au dernier nombre 192, qui enseigne qu'elle fait 192 pieds en 4 secondes.

La 3. colonne contient les nombres de la section continuee en moyenne & extreme raison, de sorte que si la bale fait 5 espaces dans la premiere demie seconde, elle en fera 8 dans la suiuaute, & puis 13, 21, &c. qui sont aioûtez dans la 4.

colonne, 5, 13, 26, &c. pour la mesme raison que ceux de la premiere sont ajoute-
tez dans la 2.

La 5 colonne fait commencer la cheute par 3, afin qu'elle commence avec
la premiere cheute de la 1 colonne. Cecy estant posé, l'on void que la bale tom-
bant selon la proportion de la 3 colonne, ses nombres s'approchent fort pres de
ceux de la premiere, qui contiennent la raison doublee des temps, & conse-
quemment qu'il n'est pas quasi possible de sçauoir si la cheute se fait suiuant la

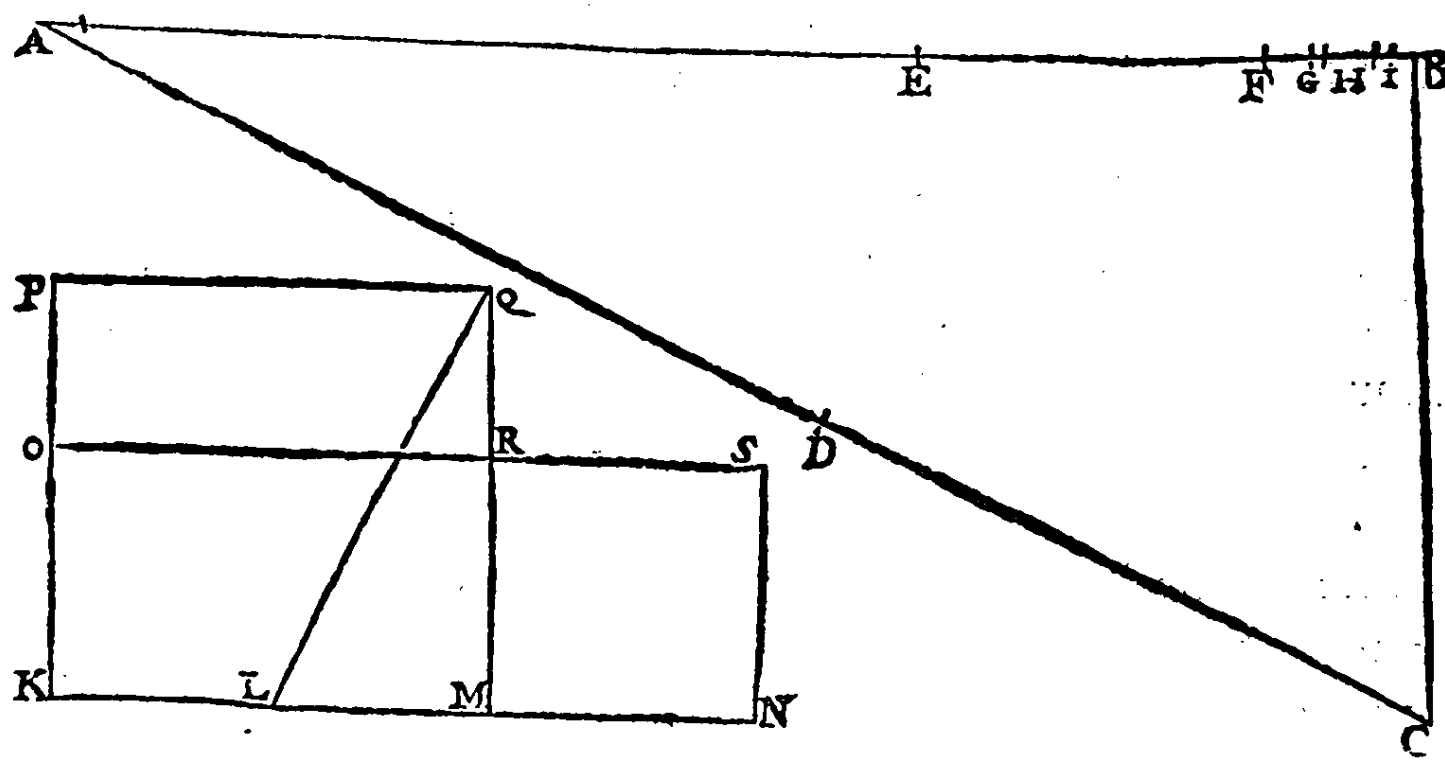
Table des chentes.

	I	II	III	IV	V
1	3	3	5	5	3
2	9	12	8	13	5
3	15	27	13	26	8
4	21	48	21	47	13
5	33	75	34	81	21
6	39	108	55	136	34
7	45	147	89	225	55
8	51	192	94	319	89

3, ou la premiere colonne, iusques
à la cinquiesme demie seconde: mais si
l'on poursuit plus outre, les nombres
de la 3 colonne s'augmentent beau-
coup plus que ceux de la premiere;
car au lieu de 39 pieds de la 1 colom-
ne pour la 6 demie seconde, l'on a 55;
pour 45, 89, &c. & si l'on suit la 5 co-
lonne afin de faire cheoir la bale de 3
pieds en la premiere demie seconde,
comme nous faisons dans la 1 colom-
ne, il y a grande difference entre ses
nombres, & ceux de la 1 colonne: d'où

il faut conclure qu'il ne suffit pas que 3 ou 4 experiences réussissent continuelle-
ment pour en faire vn principe, puisque le 2, 3, & 4 nombre de la 3 colonne
ayant approché si prez de la verité, ils s'en éloigne si fort apres. Mais puis que les
nombres 3 & 5, ou 5 & 8 &c. ne donnent pas iustement la raison de la ligne cou-
pee en moyenne, & extreme raison, dont les segmens sont tellement irration-
nels qu'ils ne peuuent s'exprimer par les nombres, ie mets premieremēt le moyen
de la couper, afin d'en considerer les segmens, & leurs proprietéz. Soit donc
la ligne M Q qu'il faut couper en moyenne & extreme raison; ayant décrit le
quarré P M, il faut diuiser le costé K M par la moitié au point L, & tirer la ligne
L Q, laquelle estant transportee de L en N, il faut transporter M N de M vers
Q, car elle finira au point R, qui coupe Q M en moyenne & extreme raison.

Salinas donne encore vn autre moyen de couper cette ligne par le moyen du
triangle rectangle A B C; mais ie l'explique dans la 18 proposition du 4 liure



des Instru-
mens, sans
qu'il soit
besoin de
nous y ar-
rester da-
uantage.

Quāt aux
proprietéz
de cette
Section,
elles sont
si admira-
bles, que plusieurs l'appellent *proportion diuine*: dont l'vne des principales est
descrite

descrite dans l'onzieme proposition du second liure des Elemens d'Euclide, à sçauoir que le rectangle fait de la ligne entiere QM , & l'une de ses parties, à sçauoir de la moindre QR , est egal au quarré fait de la plus grande partie RM : c'est à dire que le rectangle OQ est egal au quarré MS .

La seconde est que le grand segment MR est moyen proportionnel entre le moindre QR , & la ligne entiere QM ; de sorte que si l'on faisoit vn demicercle sur vn diametre composé de QM , & RQ , RS tiree perpendiculairement au point de cette conjunction, à sçauoir RS toucheroit le concaue du demicercle.

La troisieme consiste, en ce que si l'on ajoûte la ligne entiere QM à son grand segment RM , le quarré de cette ligne composee est quintuple du quarré de la moitié de QM , par la premiere propos. du 13: par exemple, si la moitié de la ligne QM a 5 pouces, son quarré sera 25, & le quarré de la composee sera 125, dont la racine donnera ladite ligne composee.

La quatrieme, si au petit segment l'on joint la moitié du grand, le quarré de la ligne composee sera aussi quintuple du quarré fait de la moitié du grand segment, par la 3 du 13.

La cinquieme, si l'on ajoûte le grand segment MR à la totale MQ , l'on a encore vne ligne coupee en moyenne & extreme raison, dont MQ est le grand segment; de sorte que le grand precedent MR deuient le petit, par la 5 proposition: par exemple, dans la ligne AF , que la ligne BD soit coupee proportionnellement en C , afin que CD soit le grand segment, BD , c'est à dire DE , ajoûté à CD , donnera CE , dont la totale precedente BD , ou DE est le grand segment, & CD le petit.

Or DE sera $\sqrt{125-5}$, & CB $15-\sqrt{125}$, comme Luc a remarqué dans son liure de la Diuine Proportion. A quoy il ajoûte que si l'on joint à la ligne 10, la $\sqrt{125-5}$, la ligne composee $\sqrt{125}+5$ sera diuisee proportionnellement en son grand segment $\sqrt{125-5}$, parce que $125-5$ multipliant $\sqrt{125}+5$ fait 100, comme fait 10 multiplié par soy-mesme.

La sixieme, le quarré du grand segment MR ajoûté au quarré de MQ est triple du quarré MR ; ce qui ne peut estre exprimé par nombres, parce que nul segment n'est rationel avec la ligne entiere, par la 4 du 13.

La septieme, le grand segment est le costé de l'Exagone, & le petit, du Decagone, par la 9 propos. lesquels peuuent autant que le costé du Pentagone: ce qu'il faut toujours entendre des figures Equilateres inscrites dans le mesme cercle. Je laisse plusieurs autres proprieté que l'on peut tirer du 13 liure d'Euclide, par exemple, que l'on ne peut descrire le Pentagone, & la Dodecaëdre, qui a 12 Pentagones, & que Platon compare au ciel, sans cette section: que la $\sqrt{}$ d'une quantité composee du quarré de la ligne totale, & du quarré du grand segment est à la $\sqrt{}$ du quarré fait de la toute, & du moindre segment, joints ensemble, comme le costé du cube au costé du triangle d'un corps de 20 bases.

J'ajoûte seulement pour la 7 proprieté, que les nombres qui expriment les 2 segmens de cette ligne, & tous les autres qui se suiuent immediatement sans discontinuer la mesme raison, approchent toujours de plus en plus de la iuste raison qui est entre le segment; de sorte qu'il n'est pas icy veritable qu'une petite faute qui se fait au commencement deuienne tres-grande à la fin, comme *la iij* montre

dans la ligne A F. Je suppose donc qu'A C est diuisee proportionnellement au point B, & que le petit segment A B soit 5, & le grand B C soit 8, & consequemment que la ligne entiere A C soit 13, car ces nombres font la mesme chose que ce que nous auons dit cy-dessus, à sçauoir que le quarré de B C est egal au rectangle sous la toute A C, & le moindre segment B A, comme l'on void en multipliant 5 par 13, pour auoir le rectangle 65, auquel le quarré de 8 est egal, à sçauoir 64, si l'on en oste l'vnité: de mesme B C estant le petit segment de B D, multipliant B D, c'est à dire 8 multipliât 21, produit le rectangle 168, comme le grand segment C D 13 se multipliant soy-mesme fait 169, qui ne surmonte l'autre nombre que de la seule vnité. Où il faut obseruer l'ordre perpetuel qui se trouue entre ces rectangles & ces quarrés, lequel consiste en ce que le second rectangle est surmonté par le second quarré de l'vnité, comme le premier quarré est surmonté par le premier rectangle, & ainsi consequemment le 3 rectangle surpasse le 3 quarré, & le 4 quarré le 4 rectangle, &c.

L'on peut encore supputer autrement la proportion de ces lignes: par exemple, si l'on diuise 10 en 6 $\frac{1}{2}$, & 3 $\frac{1}{2}$, cettui-cy multiplié par 10 donne 34, & l'autre multiplié par soy-mesme produit 38 $\frac{1}{4}$, & de sorte que la difference du rectangle & du quarré est de $\frac{1}{4}$, & que le quarré est le plus grand. Si l'on diuise le mesme 10 en 6 $\frac{1}{3}$, & 3 $\frac{2}{3}$, ce dernier nombre multiplié par 10 donne 38 $\frac{2}{3}$, & le rectangle est le plus grand de $\frac{2}{9}$, & l'on approchera perpetuellement de leur vraie raison, sans neantmoins y pouuoir arriuer: ce que l'on experimente aussi dans les racines des nombres sourds, ou irrationels, desquelles on approche peu à peu iusques à l'infini par le moyen des nombres rompus, sans les pouuoir iamais rencontrer.

Or les segmens de la ligne A F produisent vne espee de proportion, qui consiste en ce qu'il y a mesme raison d'A B à B C, que de B C à C D, & mesme raison de C D à D E, que de D E à E F; & par conuersion il y a mesme raison de F E à E D, que d'E D à D C, &c. Je laisse mille autres remarques que l'on peut faire des segmens de cette ligne comparez entr'eux, ou avec la ligne entiere, afin d'acheuer le discours de ces mouuemens.

PROPOSITION XII.

A sçauoir si les poids qui descendent, augmentent tousiours leur vitesse, ou s'ils la diminuent, & s'il y a quelque point d'egalité où ils commencent à descendre d'une egale vitesse.

Je n'estime pas que la raison humaine destituee d'experiences puisse resoudre cette difficulté; quoy que plusieurs s'imaginent que la terre attire les corps pesans, & qu'ils vont plus viste vers la surface de la terre, que lors qu'ils sont plus bas entre la surface & le centre, à raison que la terre entiere les tire vers le centre quand ils tombent par l'air sur sa surface, & qu'elle n'agit plus toute entiere, quand ils descendent sous elle, d'autant que toutes les parties qui sont sur les poids, les retirent à elles tant qu'elles peuuent: par exemple, si le poids arriuoit iusques à la moitié du demidiametre de la terre, toute la terre qui est a costé de cinq cens septante-deux lieues, c'est à dire du semidiametre passé, retireroit le poids

poids qui suit son chemin vers le centre, & la vitesse de son mouuement se diminueroit peu à peu, iusques à ce qu'estant arriué au centre il ne pourroit plus passer outre, à raison que les deux hemispheres de la terre le tirent pour lors également d'un costé & d'autre. Mais parce que nous ne sçauons pas si les corps descendent seulement parce qu'ils sont attirez, ou s'ils ont quelque pesanteur en eux independante de cette attraction, nous n'en pouuons rien conclure qui contente les bons esprits, car les experiences qui se pourroient faire dans les puits, & les mines les plus profondes, ne diminuent pas la vitesse assez sensiblement pour nous le faire apperceuoir; & la terre n'a point de trous qui aillent assez bas pour ce sujet; si ce n'est qu'elle ait quelques abysses dont on ne peut approcher, & qui ne peuuent seruir pour ce sujet.

Il y en a d'autres qui croient que les poids rencontrent vn point d'egalité en tombant, auquel ils n'augmentent plus leur vitesse: ce qui semble probable, tant parce qu'il y a peu d'apparence qu'ils fassent vn si grand chemin en si peu de temps que celuy que nous auons supputé cy-deuant, attendu que l'air ne peut, ce semble, ceder si viste comme il faudroit pour faire place aux poids qui tombent, que pource que les poids sont legers, comme est la moüelle de sureau de la grosseur d'une bale d'arquebuse, ou de mousquet, (qui pese 360 fois moins que ladite bale) vont quasi aussi viste que la bale de plomb au premier moment de leurs cheutes: mais peu apres ils vont beaucoup plus lentement; car ladite moüelle employe plus de 3" à tomber de 48 pieds de haut, d'où la bale de plomb tombe en 2".

Or ces deux choses sont fort considerables: car quant à la premiere, nous experimentons que les bales d'arquebuses, & de canon, frappant l'eau rejallissent, parce qu'elle ne peut ceder assez viste, & qu'elle est tellement pressee & violentee par la vitesse du mouuement des boulets, qu'elle deuiant dure comme les pierres, ou du moins assez dure pour les repousser, ou pour les empescher. Sur quoy l'on pourroit determiner de quelle vitesse doit aller le corps donné, & à quel angle il doit frapper l'eau pour estre repoussé, ou pour la penetrer: & puis l'on trouueroit la vitesse dont le poids donné doit descendre pour presser tellement l'air, qu'il ne puisse plus ceder, & qu'il repousse ledit poids, ou pour le fendre de telle sorte qu'il cede toujours également, pour rendre le reste de la cheute d'egale vitesse.

Quelques-vns se sont figuré, que l'on trouueroit ce point d'egalité, d'où les cheutes commencent d'estre vniformes, si l'on mettoit les bassinets d'une balance dessous, & si l'on augmentoit toujours le poids de l'un d'iceux, iusques à ce que le corps tombant dans l'autre ne peust plus emporter les poids: par exemple, si une bale de plomb de huit onces emportoit le bassinet où il y a une liure, lors qu'il tombe de 12 pieds, & qu'il l'emportast avec deux liures en tombant de 48 pieds, il est certain qu'il auroit augmenté la vitesse qu'il auoit estant tombé de 12 pieds; & s'il emportoit plus de deux liures en tombant de 96 pieds, l'espace de 48 pieds ne seroit pas encore son point d'egalité. Et si apres estre tombé de 96 pieds il emportoit le bassinet qui a trois liures, & que tombant de plus haut il n'emportast plus que trois liures, par exemple qu'il ne peust emporter trois liures & une once, l'on pourroit dire que son mouuement ne s'augmente plus passé 96 pieds. Mais outre que ces experiences sont quasi impossibles, à raison

que le poids qui chet ne tombe pas toujours iustement au milieu du bassin, comme il est requis, il seroit peut estre difficile de trouuer vne assez grande hauteur pour borner l'augmentation de la vitesse d'un corps qui chet, quoy qu'il fust 12 fois plus leger que le plomb, comme sont plusieurs bois dont nous parlerons apres. Neantmoins si quelqu'un en veut faire l'experience, il peut trouuer des hauteurs de 144 pieds, d'où les boules de bois, ou de laine tomberont assez commodement dans des bassins, pourueu qu'ils soient fort grands.

Si l'on attachoit vn filet à l'une des branches de la balance, & que la bale qui chet fust aussi attachee à l'autre bout du filet, lors qu'elle tomberoit, elle pourroit donner vne secousse perpendiculaire à la boule, qui enleueroit le bassin de l'autre branche: mais il faudroit mettre la balance en haut, afin que le poids descendist en bas, & luy ajouter la pesanteur du filet. Or ce point d'egalité se rencontreroit d'autant plus tost, & plus proche, que le poids tombant seroit plus leger: par exemple, la moüelle de sureau le rencontreroit peut estre à 12 ou 24 pieds: & parce que celle de la grosseur d'une bale de plomb ne pese qu'un grain, l'on pourroit joindre plusieurs morceaux de sureau ensemble iusques à la pesanteur d'une once, ou d'une liure, afin qu'il pût emporter le bassin chargé de quelque poids sensible, par exemple d'une, ou de deux onces, ou liures.

Or bien que le point d'egalité d'un poids, par exemple de cette moüelle, fust trouué, il ne s'ensuit peut-estre pas que l'on eust celuy des autres, comme ceux des bales de bois, ou de plomb, parce que les corps trouuent differens empeschemens dans l'air suiuant leurs pores differens, qui peuuent empescher la suite des proportions, & qu'il y a plusieurs choses à considerer dans les resistances de l'air, qui ne nous sont pas assez conuës: de sorte qu'il ne s'ensuit pas que le point d'egalité de la cheute du plomb doie estre 360 fois plus eloigné que celuy de la moüelle, encore qu'elle pese 360 fois moins, ou qu'il en faille 360 fois aussi gros pour peser autāt que ladite bale de plomb; comme l'on ne peut conclure qu'elle descende 360 fois plus lentement, puis que l'experience monstre le contraire, car le temps de sa cheute de 48 pieds n'est pas triple de la cheute du plomb.

L'on pourroit semblablement vser de l'eau pour trouuer ce point d'egalité, parce que les corps dont la pesanteur est quasi egale à l'eau (comme la cire, & plusieurs sortes de bois, & mesme de pierres, qui nagent sur l'eau, comme fait celle que j'ay, encore qu'elle n'ait nuls pores sensibles, & qu'elle soit bien pesante) vont fort lentement au fond, lors qu'on leur ajoute seulement assez de limaille de fer, ou de choses semblables pour les faire descendre dans l'eau: car apres auoir remarqué la raison des vitesses & des pesanteurs dans cet element, l'on pourroit conclure quelque chose de semblable pour l'air, particulièrement si l'on scauoit la raison de sa densité & de sa pesanteur à celle de l'eau, dont j'ay parlé dans le premier liure des Sons.

COROLLAIRE I.

Si les poids descendans enleuent vn bassin d'autant plus pesant qu'ils vont plus viste, l'on peut dire de quelle hauteur ils tombent en voyant le poids qu'ils font trebucher; & l'on peut scauoir la vitesse d'un boulet de canon, & d'arquebuse, par le poids qu'il fera leuer: ce qui seruiroit grandement pour augmenter la connoissance

la connoissance des Mechaniques, laquelle est encore fort imparfaite : Or l'on peut considerer le combat qui se fait entre les poids qui decendent tât dans l'eau que dans l'air, avec les parties de ces deux elemens, qui montent en egal volume autant que les poids descendent, & comparer ces deux mouuemens contraires à ceux des deux bras d'une balance, dont l'un emporte l'autre, de sorte que l'un monte toujours autant, & aussi viste que l'autre descend. Où il faut remarquer que le poids qui descend lentement est semblable au bras de la balance qui est plus fort de si peu, qu'il a de la peine à faire trespucher l'autre : mais il est encore plus difficile de determiner combien le bras donné d'une balance descend plus viste avec vn poids leger qu'avec vn autre plus pesant, ou combien la branche double, ou triple d'une autre branche descend plus viste avec vn mesme poids, ou avec vn plus grand ou vn plus petit selon la raison donnee, que de sçauoir combien les differens poids qui cheent, vont plus vistes les vns que les autres : c'est donc à quoy il faudroit trauailler pour trouuer la proportion de toutes sortes de mouuemens.

COROLLAIRE II.

L'on peut accommoder tout ce discours aux plans obliques, ou inclinez sur l'horizon, puis que les boules qui descendent dessus, soit en roullant, ou en glissant, gardent la mesme proportion dans leurs vistes, que lors qu'elles descendent perpendiculairement : & la raison pour laquelle la bale d'arquebuse qui perce l'ais, que l'on eleue perpendiculairement sur l'horizon sans aucun appuy, le perce sans le faire tomber, se peut prendre de ce que l'air ne peut pas ceder si viste à l'ais qu'à la bale beaucoup moindre, & plus pesante selon sa grosseur, c'est pourquoy il demeure debout ; & s'il tomboit, ce seroit plustost du costé d'où l'on tire, que de l'autre, à cause du contrecoup de l'air frappé : mais les differentes experiences pourront faire rencontrer d'autres raisons, ou fortifier la precedente. J'ajoûte seulement que les contrecoups sont grandement considerables dans les percussions, aussi bien que les contretemps.

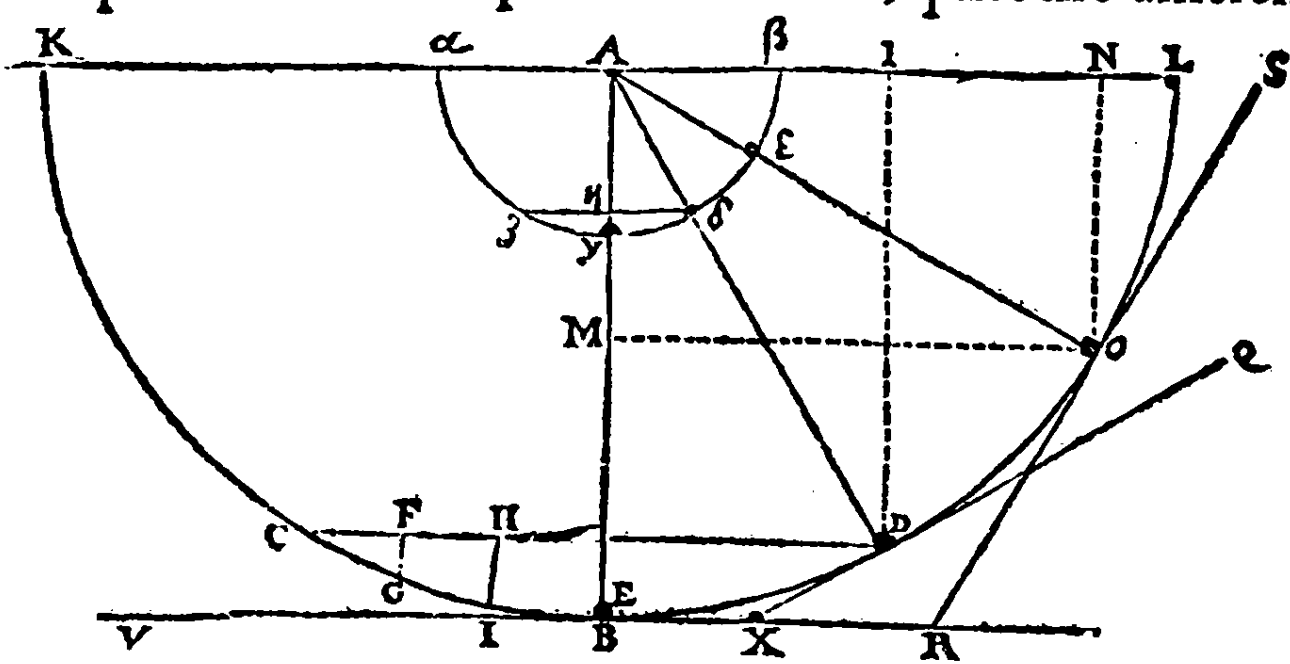
Or apres auoir consideré les mouuemens des poids, qui se font vers le centre de la terre, soit perpendiculairement, ou par les plans droitz inclinez à l'horizon, il faut examiner ceux qui se font vers le centre par des lignes circulaires, afin de les comparer les vns aux autres.

PROPOSITION XIII.

Expliquer les differens Phæromenes de la chute des corps pesans vers le centre de la terre par la ligne circulaire.

Il est certain qu'une boule ne peut couler, ny rouler vers le centre par une ligne circulaire conuexe, lors qu'elle n'est point retenuë, par exemple, que le poids estant mis au point L ne peut couler par L O D, parce qu'il rombera perpendiculairement vers le centre, dont s'eloigne la ligne circulaire L O B. Mais si l'on attache le poids B à la chorde A B, & que l'on tire cette chorde en A L, de sorte que le poids B soit au point L, & que la chorde estant attachee au point A, soit libre du costé du poids, ce poids descendra de L en B par le quart

de cercle $L B$, parce qu'il est contrainct par la chorde $A L$, qui le tire differement en tous les endroits du quart de cercle, par exemple, elle le tire davantage en D qu'en O , & en B qu'en D . Or avant que de comparer



la vitesse de la cheute qui se fait par le quart de cercle, avec celle qui se fait par la ligne perpendiculaire, il faut remarquer que ie suppose que la raison des espaces que font les poids par les deux lignes est en raison doublee des temps, quand on compare les lignes $N O$, & $P D$, &c. qui respondent aux arcs $L O$, & $L D$ &c. c'est à dire quand on considere les approches que le poids fait vers le centre : car quant à la raison de la vitesse consideree suivant les differentes courbeures du quart de cercle, nous en parlerons apres.

Ie dis donc premierement que le poids descendant par $L D B$ n'arriuera pas si tost au point B , qu'en descendant par la ligne $A B$, & que si elle estoit prolongee vers le centre iusques à ce qu'elle fust egale au quart de cercle, qu'il arriuerait en mesme temps en B tant par la ligne courbe que par la perpendiculaire. Et parce qu' $A B$ est au quart de cercle comme 7 à 11, le temps de la cheute du poids par la ligne alongee estant de $30''$, il ne sera que de $23''$, $24'''$, $53^{\frac{2801}{16183}}$ à choir par la ligne $A B$, par laquelle il tombera, est pluistost de $6''$, $4'''$, $6^{\frac{13781}{16183}}$, que par le quart de cercle.

Mais il faut supposer pour la facilité du calcul que nous auons à faire, que la chorde $A B$ soit longue de trois pieds, moins 4 lignes; & que le quart de cercle $L E$ soit diuisé en trois parties egales $L O$, $O D$, & $D B$. Or quand le poids sera descendu de moitié iusques en M , à sçauoir de la ligne $A M$ egale au sinus de 30 degrez $N O$; supposant le rayon de 500 lignes, il sera tombé de 250; & lors qu'il sera arriué au point où $C D$ coupe la ligne $A B$, il sera cheu de 433 lignes, c'est à dire de la longueur $F D$ sinus de 60 degrez : de sorte qu'en faisant les 30 degrez $O D$, il chet 183 lignes, & qu'en faisant les 30 autres degrez $D E$ il chet seulement 67 lignes.

Or pour sçauoir les temps esquels il fait ces espaces, il faut prendre les racines desdits espaces: par exemple, pour sçauoir en combien de temps il chet depuis L iusques en O , à sçauoir 250 lignes. Or nous auons esprouué fort exactement qu'un poids attaché à la chorde $A B$, & estant leué en haut vers L , retourne de l'autre costé vers K dans l'espace d'une seconde, & que les tours de la chorde tant petits que grands se font en mesme temps, car soit qu'on tire le poids B en D , ou en L , il retourne aussi tost à son centre B , car le temps du plus grand retour surpasse si peu le temps du moindre, qu'il n'est pas quasi sensible, quoy qu'environ le temps de 30 retours, les petits en gagnent un sur les grands. D'où ie conclus que le poids employe $30''$ à descendre de L en B .

Cecy estant posé, il faut prendre la racine de 500 lignes, & de 250, dont la raison est semblable à celle de 30'' au temps qu'il employe à descendre de L en O, or ces racines sont en raison de $7\frac{10}{41}$ à 5, donc comme $7\frac{10}{41}$ à 5, ainsi 30'' à 21'' $\frac{101}{997}$ &c. lequel est le temps de la cheute de L en O, c'est à dire de 250 lignes. La cheute d'O en D, ou de 30 degrez, se fait de 183 lignes dans le temps de 6'' $\frac{1652476}{2349929}$. Et le temps de la cheute de D en B de 67 lignes se feroit en 2'' $\frac{16}{2357}$.

Cecy estant posé, il faut voir la disposition des deux cheutes, afin que l'on entende mieux l'une & l'autre par cette comparaison. Mais il faut premiere-ment remarquer que le mouuement de la chorde dure beaucoup plus long temps, lors que le poids B est fort pesant, & qu'il dure peu quand il est leger: par exemple le mouuement de la boule de plomb, dont la pesanteur contient douze fois celle de la boule de charme de mesme grosseur, dure 4 fois dauantage que le mouuement de cette boule de charme, lors qu'elles sont tirees de mesme distance: & la plus legere fait 40 retours, tandis que la plus pesante n'en fait que 39, c'est à dire qu'elle gagne vn retour sur 40. Et si la chorde est 6 fois plus grosse, elle gagne vn retour sur 200, & la grandeur de ses retours se diminuë dauantage que de ceux d'une chorde plus deliée, comme font semblablement ceux de la boule de bois. Je laisse plusieurs autres considerations, dont i'ay parlé dans le second liure Latin, *De Causis sonorum*, & ailleurs.

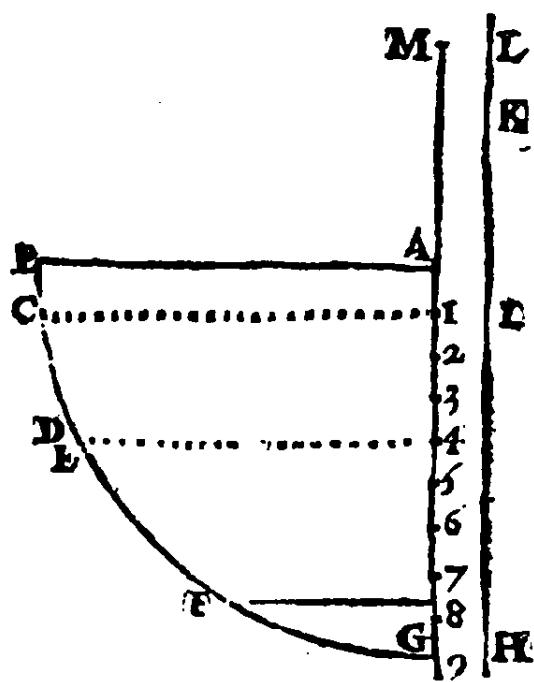
PROPOSITION XIV.

Expliquer combien la boule qui tombe ou qui remonte par le quart du cercle va plus viste, combien elle est plus pesante dans vn lieu que dans l'autre, & combien la chorde doit estre plus longue, ou plus courte, pour faire chacun de ses tours & retours en plus ou moins de temps, selon la raison donnee.

Je suppose que la chorde A B a trois pieds, & que la boule B est vne bale de plomb de 8 onces, ou demie liure: & dis premiere-ment qu'elle descend d'autant plus viste depuis L iusques à B, qu'elle approche dauantage de B, qui represente le centre de la terre.

Secondement, que si la vitesse de la cheute par le quart de cercle suit la vitesse de la cheute perpendiculaire, qu'en supposant ledit quart diuisé en 27 parties, si le poids descendant de L fait la premiere partie dans vn temps donné, il fera les trois suiuanes dans vn temps egal qui sera le 2 temps: dans le 3 temps il fera les 5 parties qui suiuent; dans le 4, les 7 suiuanes, & dans le dernier temps les 9 qui restent iusques à B.

Mais s'il descend par les parties du quart de cercle qui respondent aux lignes tirees perpendiculairement sur la ligne A B, l'on trouuera d'autres raisons entre les parties du quart de cercle: par exemple, s'il descend au premier moment dans cette 2 figure de B en C, il descendra au 2 de C en D, & au 3 de D en G, parce



M

que la cheute perpendiculaire d'A en G garde cette proportion, car si le poids tombe d'A au point 1 au premier moment, il tombera de 1 à 4 au 2 moment, & de 4 à 9 au 3, puis que les cheutes qui se font en des temps egaux suivent les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, &c. comme nous auons montré par nos experiences representees par les espaces L K, K I, & I H qui se font en temps egaux.

Or il faut ce semble dire la mesme chose des parties du cercle, par lequel le poids remonte, quoy que ce mouuement soit violent, & l'autre naturel. Surquoy il faut remarquer que le mouuement circulaire, qui remonte de B en L, ou en K, peut seruir pour trouuer la proportion des mouuemens violens, comme font ceux des boulets de canon, de fleches, & des autres missiles, parce qu'il est probable qu'ils se diminuent en mesme raison que le mouuement du poids qui remonte par le quart de cercle; or ce mouuement est tellement en nostre puissance, que la chorde estant fort longue, on peut obseruer la raison de cette diminution, en diuisant le quart du cercle en 4 ou 5 parties, ou plustost en remarquant les parties dudit quart, par lesquelles il monte en des temps egaux; car il sera fort aisé apres d'appliquer des lignes droites aux circulaires en tirant des lignes perpendiculaires sur le rayon: par exemple, quand le poids aura monté de G en D, la ligne D 4 montrera qu'il monte de G en 4; & s'il monte dans vn temps egal de C en D, la ligne C I montrera que son ascension perpendiculaire est de 4 à 1, & que sa force se diminue en mesme raison que sa descente s'augmente.

Mais ie doute de cette similitude de raisons, iusques à ce que l'experience montre qu'une boule qui roûle sur le plan horizontal, & que l'on iette avec violence, garde cette proportion dans les differentes parties de son chemin: par exemple, lors qu'elle fait cent pas, si l'on diuise le temps de sa course en 4 parties egales, & son chemin en 16 parties, elle deuioit faire 7 parties de son chemin au premier temps de son mouuement, 5 au 2, 3 au 3, & vne seule partie au 4 temps; & consequemmēt si l'on diuise vne ligne tiree tout au long d'un jeu de pas de mail en 16 parties egales, dont chacune ait 20 pieds de Roy, & que la boule frappee du maillet, face 320 pieds, ou 53 toises, dans sa course entiere, que ie suppose durer vne minute d'heure, elle fera 140 pieds dans les 15 premieres secondes, c'est à dire dans premier quart de minute, 100 dans le second quart, 60 dans le troisieme, & 20 dans le dernier quart. Ceux qui voudront trouuer la raison de la diminution des mouuemens violens, pourront inuenter d'autres methodes, & voir si la raison des differens poids, & des differentes longueurs, & inclinations, qui seruent au leuier, aux balances, & aux autres parties de la Mechanique, peuuent aider cette speculation.

Quaut aux differentes pesanteurs du poids sur les diuers endroits du quart du cercle, il est aisé de les determiner, puis que le poids pese sur les points O, D, &c. cōme sur les plans R S, & X Q; car nous auons donné la maniere de trouuer le contrepois necessaire pour retenir vn poids donné sur vn plan d'une inclination donnee; or l'inclination des plans X Q, & R S, est donnee par la construction, ou du moins on la peut mesurer: quoy que ces differentes inclinations seruent de bien peu à la vitesse ou à la tardiuete du mouuement, qui dépend beaucoup plus de l'impetuosité que le poids s'imprime, & qui s'augmente, comme nous

auons

auons dit ailleurs: delà vient qu'au lieu de se reposer sur le plan horizontal V, T au point B, il va plus viste en ce point qu'en nul autre lieu du quart de cercle; & qu'il va plus lentement depuis L iusques à O, que d'O en D, &c. de sorte que sa plus ou moins grande pesanteur qu'il exerceroit en se reposant sur les differents points du cercle, n'est icy de nulle consideration.

C'est pourquoy ie viens à la derniere partie de la proposition, & dis que la longueur de la chorde doit estre en raison doublee des temps, que l'on veut que durent ses tours, & ses retours, lors qu'on desire qu'ils durent plus long temps, ou en raison sousdoublee, s'ils doiuent moins durer, par exemple si la chorde A Y a 3 pieds de long, & que son tour dure vne seconde minute, il la faut faire 4 fois plus longue, c'est à dire de 12 pieds, pour auoir vn tour qui dure deux secondes: & au contraire, si la chorde A B ayant 12 pieds de long fait chaque tour en deux temps, il la faut diminuer de trois quarts, afin qu'elle n'ait plus que trois pieds pour faire chaque tour en vn temps. Or i'ay remarqué dans la derniere proposition du premier liure des Instrumens à chorde, qu'elle doit auoir trois pieds & demi pour faire chaque tour dans vne seconde minute: mais parce que cette experience peut seruir en plusieurs rencontres, ie donne son vsage dans la proposition qui suit.

PROPOSITION XV.

Donner la maniere de faire des Horloges, & des Montres, dans moins d'un quart d'heure, qui diuisent le iour, l'heure, & les minutes en tant de parties égales que l'on voudra, & monstrent l'vtilité de ces Horloges.

Encore que ceux qui sçauent parfaitement la Theorie, & la pratique de la Scioterique, puissent faire des Quadrans, ou Horloges au Soleil en fort peu de temps & à peu de frais; neantmoins le fil, ou la chorde qui sert pour marquer les minutes premieres, ou secondes est plus propre à cela, ioint que l'on peut aisément porter avec soy vn filet, ou vne fisselle de trois pieds & demi de long par tout où l'on voudra, dont chaque tour avec le retour marquera iustement vne seconde d'heure, c'est à dire la 60 partie d'une minute, ou la 3600 partie d'une heure. Et si l'on veut que chaque tour de la chorde ne dure qu'une demie seconde, il faut seulement en prendre le quart, ce qui est tres-aisé en la redoublant en quatre.

Or quand ie dis que chaque tour de la chorde de trois pieds & demi de long dure vne seconde d'heure, i'entens que le chemin qu'elle fait depuis le point K, auquel on a leué le poids B, iusques au point L soit vn tour, & que son retour de L à K soit le second tour, & ainsi des autres: de sorte que le tour K L & le retour L K dure deux secondes: quoy qu'il faille remarquer que le poids tombant de K ne monte pas iusques à L, mais seulement entre L & O, autrement le poids se mouueroit toujours, & deuiendroit vn Horloge perpetuel; comme il arriueroit peut-estre si le mouuement se faisoit dans le vuide sans l'empeschement de l'air: mais l'air l'empesche tellement qu'il diminue toujours ses tours peu à peu iusques à ce qu'il se repose, de sorte que les premieres diminutions sont

beaucoup plus grandes que les dernieres; mais il est difficile de sçavoir leur raison, & si la premiere diminution est à la 2, comme la 2 à la 3, & ainsi des autres; ce qui peut seruir d'employ aux excellens Geometres, qui sçauent joindre la Physique aux proportions: quoy qu'il en soit, cette maniere d'Horloge peut seruir aux obseruations des Eclipses de Soleil, & de Lune, car l'on peut compter les secondes minutes par les tours de la chorde, tandis que l'autre fera les obseruations, & marquer combien il y aura de secondes, de la premiere à la seconde, & à la troisieme obseruation, &c.

*Table des longueurs de la
chorde, ou des Hor-
loges.*

I.	II.	III.
1"	1	31 pieds
2	4	14
3	9	31
4	16	56
5	25	87
6	36	126
7	49	171
8	64	224
9	81	283
10	100	350
11	121	423
12	144	504
13	169	591
14	196	686
15	225	787
16	256	896
17	289	1011
18	324	1099
19	361	1263
20	400	1400
21	441	1543
22	484	1694
23	529	1851
24	576	2016
25	625	2187
26	676	2366
27	729	2551
28	784	2744
29	841	2943
30	900	2865

Les Medecins pourront semblablement vser de cette methode pour reconnoistre de combien le poux de leurs malades fera plus viste ou plus tardif à diuerses heures, & diuers iours, & combien les passions de cholere, & les autres le hastent ou le retardent; par exemple s'il faut vne chorde de trois pieds de long pour marquer la duree du poux d'aujourd'huy par l'un de ses tours, & qu'il en faille deux, c'est à dire vn tour & vn retour pour le marquer demain, ou qu'il ne faille plus qu'une chorde longue de 3 de pied pour faire vn tour en mesme temps que le poux bat vne fois, il est certain que le poux bat deux fois plus viste.

Je laisse mille autres vsages que l'on peut tirer de cette proposition, car il suffit de voir la Table qui est a costé, dont la premiere colonne signifie les secondes minutes, la seconde monstre la proportion que doiuent garder les differentes longueurs des chordes pour faire chacun leurs retours dans le nombre des seconde qui sont vis à vis dans la premiere colonne; & la troisieme colonne donne la longueur des chordes; par exemple si l'on veut faire vn Horloge qui marque le quart d'une minute d'heure par chacun de ses tours, le 15 nombre de la premiere colonne, qui signifie 15", monstrea dans la 3, que la chorde doit estre longue de 787; pour faire ses tours chacun d'un quart de minute: ou si on veut prendre vn moindre exemple, parce qu'il seroit difficile d'attacher vne corde à vne telle hauteur,

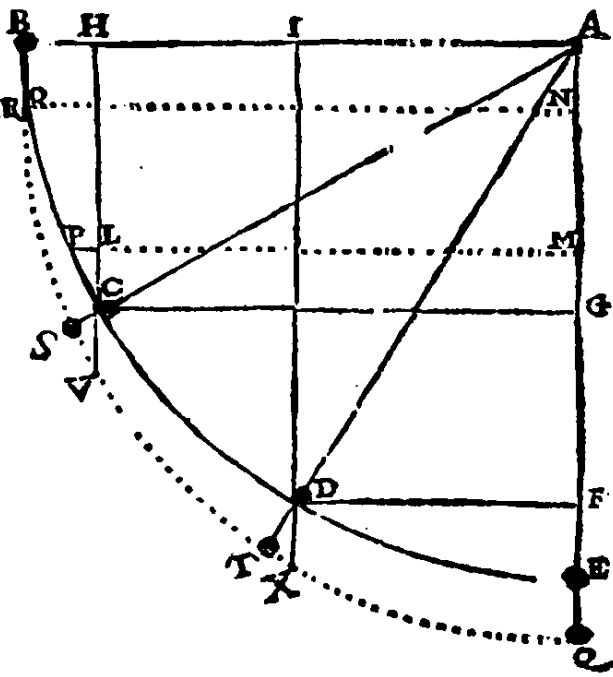
si l'on veut que le tour dure 2 secondes, le 2 nombre de la premiere colonne monstre le second nombre de la 3 colonne, à sçavoir 14, de sorte qu'une corde de 14 pieds de long attachée à vn clou, fera chacun de ses tours en 2".

Cette table ne passe pas 30", parce qu'elle seroit inutile, à raison que nous n'auons point de hauteur perpendiculaire plus grande que de 2865 pieds, d'où l'on puisse suspendre vne chorde. Mais il faut remarquer que le poids doit estre d'autant plus lourd que la chorde est plus longue, afin qu'il la bande assez pour luy faire faire ses retours: ce qui ne pourroit arriuer si le poids n'estoit plus pesant que la chorde, parce qu'elle ne seroit pas tirée en ligne droite depuis son lieu de suspension iusques au poids, comme i'ay experimenté avec vne fisselle de 134
pieds

pieds de haut, à laquelle il faut attacher deux ou trois liures pour la faire aller comme il faut.

Or apres auoir considéré le mouuement perpendiculaire, l'oblique, & le circulaire, il faut voir si l'un empesche l'autre quand ils se rencontrent, apres auoir remarqué que le poids E conduit iusques au haut du quart du cercle B, ne descend pas par ledit quart B C D E, mais par la ligne B S T Q, comme i'ay souuent experimenté; ce qui arriue parce que le poids pese dauantage sur la

chorde, & consequemment la fait allonger, suiuant les proportions qui se peuuent remarquer dans la ligne courbe B S T Q, laquelle est le quart d'une ellipse, dont il ne faut pas prendre la mesure sur la ligne pōctuee de cette figure, mais sur l'experience, qui donne les eloignemens de cette ligne d'auec le quart de cercle. Et si l'on veut descrire les trois autres quarts de l'ellipse, l'on trouuera ses deux centres par le moyen de ses deux demidiametres A Q, & A B, car l'un des pieds du compas ouuert du plus grand demidiametre A B, estant mis au



point B, l'autre pied porté sur le demidiametre A Q donnera l'un des centres M, & puis estant transporté sur l'autre demidiametre, que l'on a en prolongeant Q A par delà A, l'on aura l'autre centre, qui seruent à descrire l'ellipse entiere. Or il est certain que si la chorde estoit faite d'une matiere qui ne peult s'allonger, qu'elle conduiroit le poids par le quart de cercle: mais s'allongeant elle descrit vne partie d'ellipse, comme i'ay dit, ou vne ligne qui en approche fort. Ce qui peut donner sujet à ceux qui examinent la pesanteur des poids sur les plans, de considerer si les differentes pesanteurs prises dans tous les points du demicercle, ont mesme raison entr'elles, que les éloignemens de tous les points de la ligne courbe B S X Q, d'auec le quart de cercle B C D E; ou que toutes les lignes tirees des points de ce quart, perpendiculairement sur le rayon B A, comme sont les lignes H C, I D, & Q A.

I'ay parlé plus amplement de cette figure dans le 2, & 6 Corollaire de la 27 proposition de *Causis Sonorum*; & elle contient vn assez grand nombre de difficultez pour en faire vn traité particulier.

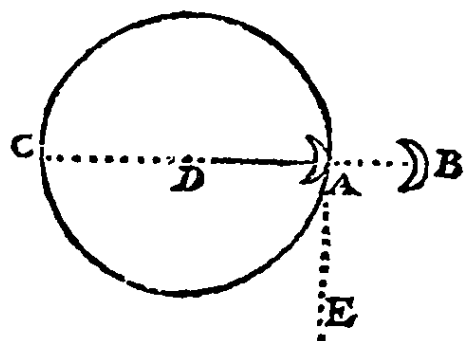
PROPOSITION XVI.

Expliquer en quelle maniere les mouuemens circulaires peuuent empescher ou produire les perpendiculaires; & supposé le mouuement iournalier de la terre, à sçauoir si elle ietteroit à costé les corps pesans qui tomberoient, ou qui seroient dessus.

Je propose cette difficulté pour plusieurs raisons, & particulièrement à cause des experiences, qui font voir que les corps pesans ne tombent pas lors qu'on les meut circulairement, comme il arriue aux pierres qui se tiennent dans les cerceaux que l'on iette en l'air, à celles que l'on met dans vn chapeau qui tourne, & à l'eau d'une écuelle, ou de quelqu'autre vase, laquelle ne tombe point, quoy

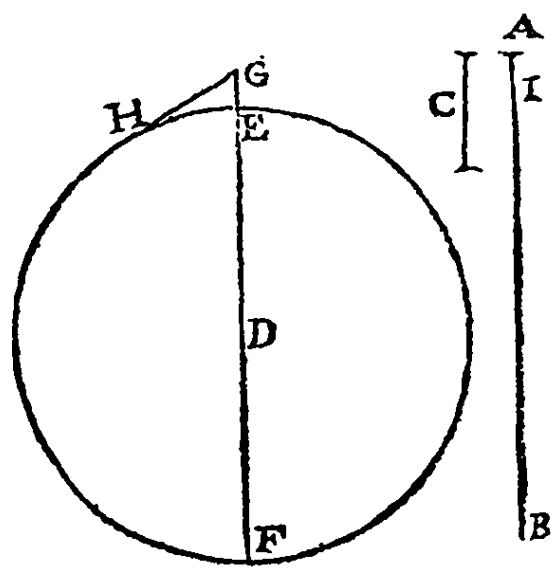
que l'on renuerse les vaisseaux qui la contiennent : ce que l'on experimente aisement en attachant vne corde au fond, car l'eau ne tombe point, soit que le vase demeure perpendiculaire, ou parallele à l'horizon, ou en telle autre maniere que l'on voudra. Or il faut icy remarquer que celui qui tourne le vase sent que la corde s'efforce pour s'éloigner dauantage de l'espaule, qui sert de centre au cercle, & que si l'on fait vn trou au fond, l'eau reialit de tous les costez, parce qu'elle souffre vn mouuement perpetuel de proiection.

En suite dequoy si on quitte la corde, le vase ne se meut pas par la tangente, mais par vne ligne diametrale tiree du centre du mouuement par le point où l'on quitte le vase: par exemple, si on le quitte en A, il n'ira pas par la tangente A E, mais par la ligne du diametre D A B, de sorte qu'il ira d'A à B, & cette impression sera produite par le mouuement du demicerle C A, qui auance toujours vers B selon la ligne C D A.



Quant à la raison de cet effet, il est aisé à la deduire de la 2 proposition, où i'ay parlé de la grande tardiueté du mouuement des corps pesans au commencement de leur cheute: c'est pourquoy ie viens à la 2 partie de la proposition, qui consiste à sçauoir si les edifices tomberoient, & si les corps pesans seroient iettez à costé par terre, si elle tornoit autour de son axe en 24 heures, suiuant la position, & les hypotheses d'Aristarque.

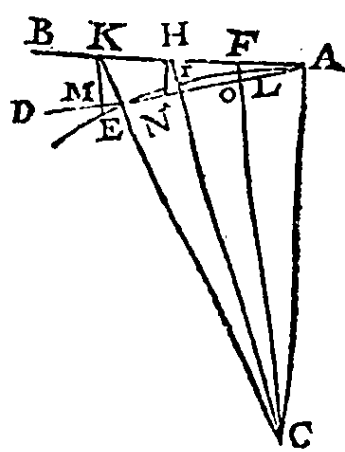
La consideration de la rouë qui tourne, sur laquelle on laisse tomber vne pierre, nous peut seruir pour entendre cette difficulté; car l'on peut s'imaginer la terre comme vne grande rouë: surquoy Galilee remarque que les pierres rencontrees par les rouës doiuent s'en éloigner par la tangente, qui s'éloigne si peu de la surface de la terre, qu'à mille brasses elle ne s'en éloigne pas d'un doigt, & parce que leur inclination d'aller au centre par la secante est mille fois plus grande, elles ne peuuent estre iettees en haut par la terre, car bien que le poids fust aussi leger qu'une plume, & que le mouuement de la terre fust beaucoup plus rapide que celui d'Aristarque, l'inclination d'aller en bas surpassera toujours la force de la proiection, comme il demonstre en cette maniere. Que la raison qu'il faut trouuer soit cômme la ligne A B à C, & que B A surpasse C tant que l'on voudra. Le centre du cercle, dont il faut tirer vne secante soit D, de sorte que la secante soit à la tãgente cômme C à B A. En apres il faut prendre la troisieme proportionnelle de B A à C, à sçauoir A I, & faire que le diametre F E soit à G E cômme B I est à I A; & puis il faut tirer la tangente G H: car cecy estant posé, l'on a ce qu'il falloit faire, puis que G H est à G E, cômme A B à C, dautant cômme B I à I A, ainsi F E à G E, & parce que C est moyenne proportionnelle entre B A & A I, & G H moyenne entre F G, & G E, ils'ensuit que cômme B A à C, ainsi F G à G H, & G H à G E, ce qu'il falloit demonstrier.



Il aioûte vne objection prise de ce que l'empeschement de la proiection que fait la rouë vient d'une seule cause, à sçauoir de la diminution des espaces entre

la tangente & la circonference, qui se vont toujours diminuant iusques à l'infini vers l'attouchement; & que la propension qu'a le mobile pour descendre se peut diminuer iusques à l'infini pour deux raisons, parce qu'il passe par tous les degrez possibles de tardiueté depuis le point de sa cheute iusques à tel lieu que l'on voudra, & que sa pesanteur se peut diminuer iusques à l'infini; de sorte qu'il semble que la seule cause de l'empeschement de la proiection ne peut pas resister aux deux autres iointes ensemble: A quoy il respond par cette autre demonstration.

Qu'A C, qui va vers le centre, soit perpendiculaire à l'horizontale B A, sur laquelle se feroit le mouuement de la proiection du mobile, si la pesanteur ne le faisoit point descendre en bas. En apres soit tiree la ligne droite A D du point A, qui face tel angle que l'on voudra avec A B, & qui soit diuisee en quelques espaces égaux A F, F H, H K, d'où il faut tirer les perpendiculaires F L, H I, K E iusques à la ligne A B. Et parce que le mobile pesant qui decéd, & qui quite le repos acquiert toujours vne plus grande vitesse selon que le temps va en croissant, il faut supposer que les espaces A F, F H, & H K, representent les temps egaux, & que les perpendiculaires F O, H I, & K E representent les degrez de vitesse, de sorte que le degré de vitesse acquis pendant tout le temps A K soit la ligne K E à l'égard du degré H I acquis dans le temps A H, & du degré F L acquis au temps A F, lesquels degrez ont la mesme proportion que les temps K A, H A, & F A: & si l'on tire d'autres perpendiculaires entre la ligne F A, l'on trouuera toujours des degrez plus petits iusques à l'infini en approchant toujours du point A, qui represente le premier instant du temps, ou l'estat du repos, & les retiremens vers A representent la premiere propension au mouuement diminuee iusques à l'infini par l'auoisinement du mobile au repos.



L'autre diminution de vitesse iusques à l'infini par la diminution de la pesanteur du mobile est representee par la ligne A D tiree du point A, laquelle fait vn angle moindre que B A E, & coupant les paralleles aux points M N O, montre les degrez F O, H N, & K M, acquis aux temps A F, A H, & A K moindres que les autres degrez acquis aux mesmes temps, mais ceux-cy comme d'un mobile plus pesant, & ceux-là d'un plus leger. Or il est certain que suiuant que ligne E A se retire vers A B, & que l'angle E A B se restreint, la vitesse du mobile se diminue iusques à l'infini, & par consequent que ces deux causes font vne double diminution iusques à l'infini, laquelle ne peut empescher que la rouë ne face la proiection, en restituant le mobile sur sa surface: autrement il faudroit que les espaces, par lesquels ce qui est ietté, doit descendre, fussent si courts que pour tardiue que peust estre la cheute du mobile iusques à vne infinie diminution, elle peust s'y reconduire: & partant la diminution des espaces deuroit tellement estre infinie, qu'elle surpassast la double infinité de la diminution que reçoit la vitesse du mobile qui chet: or vne grandeur ne se peut diminuer plus qu'un autre qui se diminue doublement à l'infini.

A quoy il aioûte que les degrez de vitesse diminuez à l'infini soit par la diminution de la pesanteur du mobile, ou par le voisinage du premier terme du mouuement respôdent toujours par proportion aux paralleles comprises entre

les deux lignes droites concurrentes en vn angle semblable à l'angle B A E, ou B A D, ou vn autre infiniment plus aigu, mais toujours rectiligne: & que la diminution des espaces, par lesquels le mobile doit retourner sur la circonference de la rouë, est proportionnee à vn autre sorte de diminution comprise entre les 2 lignes qui se touchent en vn angle infiniment plus aigu & plus estroit que nul angle droit, comme l'on void à l'arc A N E, coupant les paralleles qui determinent les degrez de vitesse tant petits qu'ils puissent estre: or les parties de ces paralleles comprises entre l'arc, & la tangente A B sont la quantité des espaces, & du retour sur la rouë, & vont se diminuant en plus grande proportion que les paralleles dont ils font partie.

Quant aux paralleles comprises entre les lignes droites, elles se diminuent toujours en mesme proportion; par exemple, si A H se diminue de moitié au point F, H I sera double de F L, & subdivisant F A par là moitié, la parallele tirée du point de cette diuision sera la moitié de F L, & si l'on continue la diuision iusques à l'infini, les paralleles qui suivent seront toujours la moitié de celles qui precedent: ce qui n'arriue pas aux lignes comprises entre la tangente, & la circonference du cercle: car si l'on fait la mesme subdiviſion en F A, supposé que la parallele tirée du point H soit double de celle qui vient du point F, celle-cy sera plus que double de la suivante; & si l'on continue vers A, les lignes precedentes contiendront celles qui suivent immediatement, 3, 4, 10, 100, 1000, 100000, & 100 millions de fois, & dauantage iusques à l'infini: de sorte que cette ligne sera beaucoup plus courte qu'il n'est necessaire pour faire que les corps iettez reuiennent, ou plustost qu'ils se maintiennent toujours sur la surface. Je propose encore vn doute, à sçauoir si la diminution de la vitesse qui prouient de la diminution de la pesanteur du mobile, se fait toujours en mesme proportion, comme celle qui vient du voisinage du lieu de la cheute; ou si elle se fait selon la proportion des lignes comprises entre la secante & la circonference, ou selon vne plus grande proportion. Et apres auoir remarqué que les vitesses des cheutes ne suivent pas la proportion des pesanteurs, attendu qu'une boule de sureau plus legere 30 ou 40 fois qu'une boule de plomb, ne se meut quasi pas deux fois plus lentement, il conclud que la proiection ne se peut faire, si la vitesse se diminue fort peu, encore que le poids s'augmente beaucoup, puis qu'elle ne se fait pas, encore que l'on suppose qu'elles se diminuent en mesme proportion. Ce qui arriueroit aussi, bien que la vitesse se diminuast beaucoup plus que la pesanteur: par exemple, selon la proportion des paralleles comprises entre la tangente, & la circonference, & que le mobile n'eust que la moindre pesanteur qui se puisse desirer pour descendre; car la diminution de la pesanteur selon la proportion des paralleles comprises entre la tangente, & la circonference, a pour dernier but la nullité du poids, comme les paralleles ont pour dernier but de leur diminution l'attouchement qui est vn point indiuisible: or la pesanteur ne se peut diminuer iusques à cette extremité, parce que le mobile ne peseroit plus; mais l'espace du retour du mobile ietté à la circonference se reduit à cette extremité, quand le mobile est posé sur la circonference au point de l'attouchement, parce qu'il n'est besoin d'aucun espace pour y arriuer; de sorte que la propension d'aller en bas suffit toujours pour reconduire le mobile à la circonference, dont il est éloigné par le moindre espace de tous, ou plustost par le neant.

Il faut

Il faut maintenant examiner ces belles pensées de Galilee, afin que l'esprit se puisse refoudre, & s'attacher à quelque verité si nous la pouuons decouurir; ce que nous essayrons de faire dans la proposition qui suit; de peur que cette-cy soit trop longue, & trop ennuyeuse.

PROPOSITION XVII.

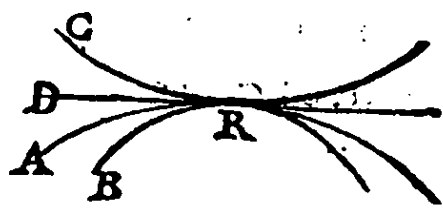
Examiner si la terre tournant comme vne rouë d'une vifteffe donnee ietteroit les pierres par sa tangente, ou autrement, où l'on voit les proprietéz admirables des diuers angles de contingence; & l'examen des raisons de Galilee.

Je commence cette proposition par la propriété admirable du cercle, qui consiste à faire vn angle si petit avec la ligne droite qui le touche, qu'il est impossible de s'en imaginer vn aussi petit composé de 2 lignes droites: car le plus grand de tous les possibles du cercle avec sa tangente est infiniment moindre que le plus petit que l'on puisse faire de deux lignes droites. Il y a mesme des angles compris par des lignes courbes plus grands que les angles composez d'une ligne courbe & d'une droite, lesquels neantmoins sont moindres que les plus petits composez de deux lignes droites. Ce que l'on entendra en remarquant que les lignes droites, & les courbes se peuuent considerer en 4 manieres, dont la premiere est quand deux lignes droites se rencontrent, & lors elles font le plus grand angle de tous. La seconde, quand vne ligne droite rencontre vne courbe, dont l'angle est toujours moindre que le precedent.

La troisieme est quand deux circonferences conuexes se rencontrent, comme l'on void dans l'angle B R C, ou A R C de cette figure: car cet angle est double de l'angle fait par la tangente, puis que D R B en est la moitié: mais l'angle C R A est moindre que l'angle C R B de A R B composé de la surface conuexe du moindre cercle B R, & de la concaue du plus grand A R: or cette sorte d'angle est le moindre de tous les angles qui se puissent imaginer; & y en peut auoir vne infinité selon que les arcs font partie d'un plus grand, ou d'un moindre cercle, les angles de la deux & de la troisieme façon estant toujours d'autant plus grands à proportion que les cercles sont moindres. Quant à ceux de la quatrieme maniere, ils se prennent par la difference des cercles, pource que les cercles estant quasi egaux, comme A R & B R, & se touchant l'un l'autre en dedans font les plus petits angles qui soient possibles, lors que les cercles sont les plus grands des possibles, & qu'ils ont quasi mesme centre, & si le moindre cercle qui se puisse imaginer touche le plus grand cercle possible, il produira le plus grand angle de tous.

Or quoy que l'on face vne infinité d'angles en ces deux manieres, le plus grand des possibles sera toujours moindre que le plus petit de ceux qui se peuuent composer de deux lignes droites: car cet angle est si petit que la terre ne pourroit pas éloigner les corps de sa surface, auant qu'ils eussent loisir d'y retourner à raison du petit espace qui soustend vn si petit angle, proche duquel on prend ledit espace, encore que la terre tornast aussi vifte que le premier mobile.

Et si l'on replique qu'une boule pourra du moins courir sur la surface de la



terre vers Orient , puis qu'elle ne s'éloignera nullement du centre, & que la terre la poussera de ce costé là; il est euidét que cette boule ne peut aller plus viste que la terre, & qu'ayant vn mesme mouuement elle demeurera toujours en vn mesme lieu. Où l'on peut remarquer que si quelque corps terrestre s'approchoit de la terre, à laquelle il n'eust nulle inclination, qu'elle pourroit luy dōner quelque sorte d'impression, qui nous feroit paroître le mouuement de ce corps vers l'Orient, s'il alloit plus viste que la terre, ou vers l'Occident, s'il alloit plus lentement.

Cecy estant posé, il faut examiner par nombres ce que Galilee a voulu demonstrier par lignes, à sçauoir que l'espace que doit faire le corps ietté par le mouuement iournalier de la terre pour se reünir à sa surface est si petit, qu'il n'a que trop de temps pour y arriuer.

Le dis premierement que la terre fait 360 degrez en 24 heures, & 15" de degre dans 1" d'heure, si l'on suppose le mouuement que luy donne Aristarque. Secondement, si le circuit de la terre est de 6480000 brasses, vne minute aura 3000 brasses, & 15" en auront 750, dont la tangente sera de 72722', & la secante de 100000000⁰⁰, ou la tangente 7272251, & la secante 100000000265, qui n'excede le rayon 100000000000 que de 265: & si l'on reduit le diametre de la terre en 412363636 pouces, il sera à 1 pouce, 1 ligne & 1', c'est à dire à l'espace dont vne pierre s'éloigneroit de la surface en vne seconde, comme ledit rayon entier à 265. Or la pierre tombera dans cette seconde de 144 pouces, comme l'experience enseigne, & partant elle fera 133 fois plus de chemin qu'il n'est necessaire pour la reünir avec la terre.

Quant à ce qu'ajoûte Galilee que les corps legers ne diminuent pas la vitesse de leur mouuemēt à proportion de leur legereté, & qu'il a esprouué qu'un corps pesant 30 ou 40 fois dauantage ne fait quasi pas deux fois autant de chemin en mesme temps, ie veux icy remarquer ce qui en est, suiuant les plus exactes experiences que nous en auons fait & repeté fort souuent de differentes hauteurs.

Deux boules, dont l'une est de plomb, & l'autre de bois blanc, descendent aussi viste l'une que l'autre de 147 pieds de haut, encore que celle de bois soit 12 fois plus legere, ou s'il y a de la difference dans les cheutes, elle n'est pas sensible, quoy que quelques-vns dient auoir experimenté que des poids ayant vne semblable proportion en leurs pesanteurs, le plus leger fait 3 pieds moins de chemin que le plus pesant lors qu'ils tombent de mesme hauteur. Mais quand vn corps est si leger qu'il n'a quasi pas la force de vaincre la resistance de l'air, l'on reconnoist pour lors la differente vitesse des cheutes; i'en donne deux exemples, l'un d'une boule de moüelle de sureau, laquelle estant egale à vne boule de plomb qui pese cinq gros, ne pese qu'un grain, c'est à dire que la pesanteur du plomb est à celle de cette moüelle, cōme 360 à 1, de sorte que les bales de cette moüelle egales en grosseur à celles d'un mousquet, peuuent seruir de grains pour peser, au lieu de ceux de leton ou d'argent: l'autre exemple est d'une boule quinze fois plus legere que celle de la moüelle de sureau, de sorte qu'elle est 5400 fois plus legere que celle de plomb: or elle descend 3 fois plus lentemēt que le plomb, car elle ne fait que 48 pieds en 6", que le plomb fait en 2". Quant à la moüelle de sureau, elle descend du mesme lieu dans 5", de sorte que sa vitesse est à celle du plomb, comme 2 à 5, qui font la raison de la Dixiesme maieure: & neantmoins elle va quasi

quasi aussi viste au commencement de son mouuement ; d'où ie concluray dans vne autre proposition que les corps pesans n'augmentent pas toujours leur vitesse en descendant, & qu'ayant descendu iusques à vn certain lieu vers le centre, ils commencent à descendre plus lentement, ou à conseruer la vitesse qu'ils ont acquise iusques à cet endroit, sans l'augmenter deormais.

Si l'on prend l'eloignement que doit auoir le corps ietté, de la surface, on aura la mesme proportion, tandis que la terre fait vne seconde de degré en 4^{me} d'heure, laquelle vaut 50 brasses sur la terre, c'est à dire 1000 pouces, ou 83 pieds $\frac{1}{2}$.

La tangente d'une seconde est 4848100, & la secante 1000000000012, qui surpasse le rayon de 12, partant comme 1000000000000 à 12, ainsi le demi-diametre de la terre de 4948363636 à $\frac{1}{1000}$ de ligne, ou quasi $\frac{1}{10}$ de ligne: par consequent la pierre s'eloigneroit de $\frac{1}{10}$ de ligne en 4^{me} d'heure, esquelles vn poids fait $\frac{1}{10}$ de pouces, ou 7 lignes $\frac{1}{10}$, quoy qu'il ne d'eust faire que $\frac{1}{10}$ de ligne, c'est à dire enuiron 131 fois moins.

Et si l'on veut prendre la difference de la tangente à la partie de la secante qui est entre la tangente & la circonference, la tangente de $15''$ est 27442 fois plus grande, car si la tangente est 7272251, la partie de la secante est 265: mais la difference de la tangente d'une seconde à la partie de la secante est 404003 fois plus grande, car la tangente estant 4848100, la partie de la secante n'est que 12:

L'on peut par le mesme moyen trouuer la projection qui se feroit dans vne quatriesme minute d'heure, dans laquelle la terre feroit 15^{me} de degré, qui valent 50 lignes sur la surface de la terre, car l'exces du rayon par dessus la secante est de 205 parties, telles que le rayon en a 1000000000000000000, & la tangente 20200400000; or cet excez reuiet à $\frac{1}{1000000}$ de ligne, c'est à dire à vne partie de ligne diuisee en vn milion de parties.

Mais vne pierre tomberoit $\frac{1}{7000}$ de ligne dans vne quatriesme minute d'heure, c'est à dire 133 plus qu'il ne faudroit: ce qui reuiet exactement à la difference de l'espace qu'elle fait dans vne seconde, à sçauoir 144, & de la distance de la surface où se trouueroit la pierre dans vne seconde de temps, car elle ne s'en eloigneroit que d'un pouce, vne ligne $\frac{1}{2}$.

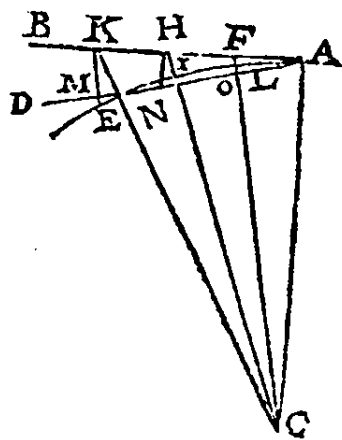
Par où l'on void que la diminution des temps suit toujours celle de l'eloignement de la surface de mesme proportion, que celle de 1 à 133, si l'on suppose que le poids fait 12 pouces dans $1''$. Il est donc certain que la proportion de la tangente à l'exces de la secante s'augmente grandement, comme Galilee à démontré, puis qu'en $15''$ d'espace sur la terre la proportion est de 27442 à 1, & en l'arc de $1''$ elle est de 404008 à 1, c'est à dire pres de cent millions de fois plus grande: mais en recompense la proportion sousdouble des espaces au temps diminué merueilleusement les espaces que doit faire le mobile, ce qui est capable de tenir toujours la diminution des distances en egale proportion de la diminution des distances que fait le mobile dans le temps auquel il s'eloigne par la tangente: quoy que si l'on considere ces proportions, on trouue qu'elles ne s'augmentent pas tant qu'il semble, d'autant que l'arc de $15''$ estant 15 fois plus grand que celui de $1''$, ladite proportion de 404008 à 1 est presque quinze fois plus grande que celle de 27442 à 1, & l'arc de $1''$ estant 240 fois plus grand que celui de 15^{me} , la proportion de 98538536 à 1 est vn peu plus de 240 fois plus grande

que celle de 404008 à 1 : de sorte que cette proportions s'éloigne fort peu de celle des arcs. Et Galilee pourroit auoir manqué en ce qu'il prend les lignes qui tombent perpendiculairement de la tangente A B à la circonference du cercle, & lors qu'il dit que la proportion des paralleles K M, H N & F C se diminüent proportionnellement, si on les fait tomber sur la ligne A D, & que cette proportions s'augmente grandement, si on les diuise par la circonference A I E, c'est à dire si elle tombent sur ladite surface.

Or l'on n'a pas icy besoin des paralleles susdites, parce que le retour vers la circonference ne se fait pas par K M, H N & F O, mais par les portions des secants qui sont entre la tangente A B, & la circonference A I E, c'est à dire par les lignes K E, H I, & F L, lesquelles estant continuees se ioignent au centre C, & consequemment ne sont pas paralleles : & puis nous auons monstté que ces lignes augmentent leur diminution à l'égard de la tangente A B suiuant la porportion des arcs : par exemple si l'arc A E est 15 fois plus grand que l'arc A N, la tangente A H surpassera à peu pres la proportion de la secante H I 15 fois dauantage que la tangente A K ne surpassera la portion K E : quoy que le sieur Galilee ne l'entende pas ainsi, puis qu'il dit simplement que si l'on diuise l'arc A N en deux, & que la perpendiculaire F O soit moitié de la perpendiculaire H N, c'est à dire des lignes qui sont bornees par la circonference, & puis qu'on diuise l'arc A F en deux, la perpendiculaire ne sera pas la moitié de la precedente, mais peut estre le tiers, ou quelqu'autre partie ; & si l'on continuë cette diuision, les precedent perpendiculaires surpasseront les suiuanes 4, 6, 10, 100, & mille fois, & plus : ce qui se rencontre aux portions des secantes, car si l'arc A E est de 15", & l'arc A I de 1", la portion de la secante H I qui est de $\frac{1}{17}$ de ligne, sera 222 fois moindre que la portion K E, qui est de 13 lignes : & si l'arc A L est de 15"', c'est à dire 240 fois moindre que l'arc A I, la portion F L qui est $\frac{1}{100000}$ de ligne sera 58823 fois moindre que la portion de la secante H I, qui est $\frac{1}{17}$ de ligne.

A la verité cette proportion est tres-grande, mais ie ne trouue pas qu'elle surpasses si fort toutes les autres proportions qu'on se peut imaginer en ce suier, comme dit Galilee, au contraire celle des espaces aux temps la surpasses, car si la portion de la secante de l'arc de 1", qui se fait en 4" d'heure, est 222 fois moindre que celle de l'arc de 15" qui se fait en 1" d'heure, le poids fera 225 fois moins d'espace en 4" qu'en 1" d'heure : & si la portion de la secante de l'arc de 15"', qui se fait en 1" d'heure, est 58823 fois moindre que celle de l'arc de 1", qui se fait en 4", le poids fera 57600 fois moins d'espace en 1" d'heure, qu'en 4" lesquelles il fait $\frac{1}{16}$ de pouce, & en 1" d'heure il fait $\frac{1}{90000}$ de pouce, tādīs qu'une pierre iettée par la tangente ne se doit éleuer que d'une partie d'une ligne diuisee en vn million, ce qui n'est pas sensible, & Galilee ne peut pretendre de moindres parties.

Neantmoins si nous traitons cecy avec toute sorte de rigueur, il faut considerer combien le corps ietté se doit éloigner de la surface dans 4 cinquiesmes minutes d'heure, pendant que la terre fait vne quatriesme minute de degré, qui reuiennent à 3 lignes ; sur la terre, c'est à dire à vne si petite mesure qu'elle doit suffire aux plus curieux, puis qu'en ce temps, & en cet espace de projection le corps ne se doit éloigner de la surface que de $\frac{1}{202087007}$ de ligne, c'est à dire d'une partie



partie de ligne diuisee en 202 millions, car l'excez de la secante n'est qu'une partie, dont le rayon a 10000000000000000000, & la tangente de la quatriesme minute d'un degre est de 1346693333, qui surpasse la portion de la secante de la raison de 1346693333 à 1: or nonobstant cette grande difference, la vitesse du mouuement qui doit reconduire le corps à la surface, se diminuë tellement, que la proportion de l'espace qu'il fait dans 4^{'''} d'heure, (esquelles le corps se doit eloigner de la surface de $\frac{1}{101087007}$ de ligne) à l'espace qu'il doit faire, n'est pas si grande que celle que j'ay remarquee, mais elle est moindre; car nous auons trouué que l'espace dont le corps s'eloigne de la circonference en 1^{'''} d'heure, est 133 fois moindre que celuy qu'il feroit en vne quatriesme d'heure en descendant; au lieu que cette proportion se trouue icy diminuee, & l'espace dont le corps se recule en 4 cinquiemes, n'est que 119 $\frac{1}{4}$ ou 120 fois moindre que l'espace qu'il feroit dans ledit temps en descendant, de sorte que ces deux proportions se rapprochent, car elles estoient cy deuant de 133 à 1, & maintenant elles sont de 119 $\frac{1}{4}$ à 1: car si l'on compare lesdites proportions, on trouuera que le temps diminuë dauantage les espaces de la cheute, que les distances de la tangente à la circonference ne se diminuent par la petitesse de l'angle qui se fait au concours de la tangente à la circonference, puis qu'en 4^{'''} d'heure la tangente ne s'eloigne que de $\frac{1}{7}$ de ligne de la circonference, en 4 cinquiemes de $\frac{1}{101087007}$ de ligne, de sorte que ce dernier eloignement est 11887471 fois moindre que le premier.

Mais les espaces que le poids fait aux temps susdits sont plus differens, parce qu'en 4^{'''}, le poids fait $\frac{1}{25}$ de ponce, ou 7 lignes $\frac{1}{25}$, & en 4^{'''} il ne fait que $\frac{1}{10150000}$ de ponce, ou $\frac{1}{1687500}$ de ligne, qui est vn espace 12960000 fois moindre que le premier.

D'où il est aisé de conclure que si l'on augmentoit la vitesse de la terre comme veut Galilee, & que, par exemple, on la fist torner vn tour en 12 heures, le corps s'eloigneroit de la circonference de $\frac{1}{101087007}$ de ligne en 2^{'''} d'heure, auquel temps le corps tombant ne feroit que $\frac{1}{1687500}$ de ligne, de sorte que le chemin qu'il feroit en 2^{'''} seroit 30 fois plus grand qu'il ne faudroit. Si on trouuoit des corps si legers qu'ils ne fissent que 12 pieds en 12^{''}, ils ne pourroient arriuer à la surface, car s'il falloit $\frac{1}{10}$ de ligne pour y retourner, il ne feroit que $\frac{1}{44}$. A quoy l'on peut aioûter que la supposition qui double le mouuement de la terre n'est pas impossible, puis que l'on suppose le mouuement annuel, qui est 3 fois plus viste que le journalier: or ces 3 degrez de vitesse aioûtez au mouuement de la terre font le mouuement quadruple aux lieux où il est midy, de sorte qu'il est aussi violent que si la terre tornoit en six heures autour de son axe: & alors elle ietteroit le corps $\frac{1}{101087007}$ de ligne en vne cinquieme: & bien que l'on puisse dire que les poids n'ont aucun desir d'aller vers le centre de ce mouuement annuel, neantmoins puis que les pierres sont de la nature de la terre, elles ont le mesme mouuement qu'elle.

Nous auons donc monstré, qu'il n'est pas veritable qu'encore que l'on augmentast le mouuement par la tangente, & que l'on diminuast celuy qui se fait par la secante, que le chemin que le poids deuroit faire pour arriuer à la circonference, seroit si petit, que quelque temps qu'il y eust, il seroit toujours trop suffisant: car nous auons monstré qu'en doublant seulement le mouuement de la terre, le poids tres-leger qui ne feroit que 12 pieds en 6^{''}, ne pourroit arriuer

à son but ; or laissant le mouuement de la terre, tel qu'il le met, ledit poids ne pourroit arriuer à la surface pendant le temps qu'il en est chassé : toutesfois si nos nombres s'eloignent plus de la vérité, que les lignes qu'il propose, il est permis à chacun de les examiner plus exactement.

COROLLAIRE.

Encore que l'on puisse deduire beaucoup de choses de cette proposition, qui appartiennent à la proiection de toutes sortes de rouës, neantmoins il est plus à propos d'examiner dans vne nouuelle proposition qu'elle proportion il y a de la proiection d'une grande rouë à celle d'une petite, afin que nous ne confondions pas les difficultez.

PROPOSITION XVIII.

Expliquer la difference des proiections qui se peuuent faire par les differentes vistesses d'une mesme rouë, & de deux, ou plusieurs rouës de diuerses grandeurs.

Puis que nous auons comparé la terre à vne grande rouë, il faut examiner si la proiection de ce qui est mis, ou de ce qui tombe sur les rouës qui tornent est ietté d'autant plus loin, qu'elles sont plus grandes : ou qu'elles tornent plus viste. Sur quoy il est raisonnable de voir les sentimens de Galilee, puis qu'il est le premier qui en a parlé, & qui a dit que la mesme rouë chasse d'autant plus loin les pierres qu'elle tornera plus viste, parce que la cause de la proiection croist en mesme raison que la vistesse ; mais si l'on augmente la rouë, & qu'elle ne face pas plus de tours en mesme temps que la moindre, la cause du chassement, ou de la proiection ne croist pas suiuant la vitesse de la circonference : ce qu'il croid prouuer par l'experience de la proiection qui se fait d'une pierre avec des bastons, que l'on fend par l'un des bouts afin d'y faire tenir la pierre ; car on la peut ietter avec vn baston long d'une brasse, quoy qu'on ne puisse avec vn baston de six pieds, encore que le mouuement de son extremité soit deux fois plus viste que celui d'une brasse.

Ce qu'il rapporte à la differente maniere de proiection, car la pierre ne quitte pas le baston tandis qu'on le meut vniformement, mais lors qu'il va plus viste il faut retenir le bras pour reprimer sa vistesse, afin que la pierre échape, & se meue avec l'impetuosité qu'elle a aquis : ce qui ne peut arriuer au grand baston, parce que sa longueur, & sa flexion n'obeissent pas si aisément au bras pour s'arrester assez promptement, & continuë d'accompagner la pierre, & la retient en diminuant son mouuement peu à peu ; ce qu'il confirme par l'arrest que le grand baston rencontre, & qui luy fait quitter la pierre, comme le heurt que fait vn bateau contre le sable luy fait quitter ceux qui sont dedans, qui tombent vers le costé où il couroit ; & ce qui luy fait accorder que tout ce qui est sur la terre se renuerseroit, si elle rencontroit quelque obstacle semblable en se tornant.

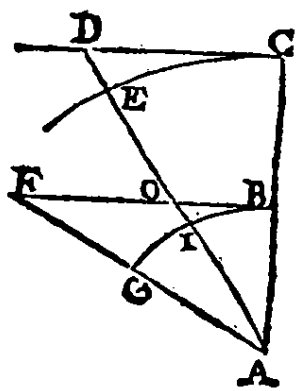
Cecy estant posé, il s'efforce de prouuer qu'une grande rouë n'a pas plus de force pour ietter vn corps qu'une petite, encore qu'elles facent leurs tours en mesme temps, & que la circonference de la grande aille mille fois plus viste.

La resistance que fait vn corps au mouuement prouient de sa naturelle inclination, ou de quelque autre qualité qui le fait resister au mouuement, car l'inclination qu'il a de se mouuoir en bas est egale à la resistance qu'il a d'aller en haut, comme l'on experimente dans la balance dont les deux points egale-ment cloignez du centre demeurent en equilibre, parce que la pesanteur de l'un resiste à celle de l'autre, qui ne le peut faire monter; quoy qu'il semble que sa resistance au mouuement en haut ne consiste pas dans la seule pesanteur, puis qu'un poids de cent liures n'en peut hausser vn de 4, lors que les bras de la balance ne sont pas egaux; ce qui se pratique tous les iours avec la Romaine.

Il faut donc rapporter cette differente force aux differens mouuemens des poids, & dire qu'un mesme poids a dautant plus de force qu'il est plus eloigné du centre de la Romaine, parce qu'il se meut beaucoup au mesme temps que l'autre se meut bien peu; de sorte que la viftesse du moindre recompense precisément la pesanteur du plus grand; car si l'on attache vn poids de cent liures au moindre bras, & vne liure au plus grand qui soit centuple du moindre, la liure fera cent fois plus de chemin en s'abaissant, que l'autre poids en se haussant.

D'où il conclut que l'on a autant de peine à resister à vn mobile d'une liure qui se meut avec cent degrez de viftesse, qu'à vn autre de cent liures, dont la viftesse n'a qu'un degre. Je viens maintenant à sa demonstration.

Que B G soit la circonference de la moyenne rouë, & C E de la plus grande: que le demi diametre A B C soit perpendiculaire à l'horizon, & que par les points B & C l'on tire les tangentes B F, C D; que les deux parties des arcs B G, C E soient egales, & que les rouës soient tornees de mesme viftesse sur leur centre A, & que deux mobiles, par exemple deux pierres, soient portees par les circonfereces B G, & C E d'une egale viftesse, de sorte que pendant que la pierre B court par l'arc B G, la pierre C face l'arc C E, ie dis que la circonference de la moindre rouë a beaucoup plus de force pour ietter la pierre B, que celle de la grande pour ietter C, pource que la projection se deuant faire par la tangente, quand les pierres quitteront les points B C, elles iront par les tangentes B F, C D; or la pierre B ne peut demeurer sur la rouë, si sa propre pesanteur ne la retire de la longueur de la secante F G, ou de la perpendiculaire tiree du point G à B F; mais la pierre C, a seulement besoin de se retirer de la longueur de la secante D E, ou de la perpendiculaire menee du point E à C D, laquelle est beaucoup moindre que F G, & toujours dautant moindre que la rouë est plus grande.



Et parce que les espaces se doiuent faire en temps egaux, lors que les rouës sont tornees de B en G, & de C en D, la retraction de la pierre B par F G doit estre plus vifte que l'autre D E; & partant il faut vne plus grande force pour retenir la pierre B à sa rouë, que la pierre C à la sienne. L'on peut encore dire que les viftesse des rouës estant egales, elles donnent vne egale impetuofité aux pierres, par la tangente, mais que ne s'eloignant pas tant en la grande rouë elle seconde le mouuement de la pierre C, & appaise doucement l'appetit qu'elle a de s'eloigner, ce qui n'arriue pas à la moindre rouë, dont la tangente s'eloigne beaucoup: de sorte qu'il faudroit peut estre autant accroistre la viftesse de la grande que la grandeur de son diametre pour luy faire ietter sa pierre aussi

fort qu'à la moindre, & que la terre n'auroit pas plus de force à ietter les corps que la petite rouë B G que l'on torneroit vne fois en 24 heures.

Voyons maintenant ce qu'il y a de veritable dans ce discours; & parce qu'il est assez long, il en faut mettre l'examen dans la proposition qui suit.

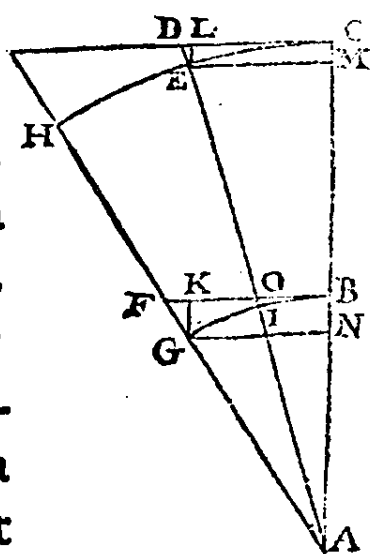
PROPOSITION XIX.

Determiner quelle force auroit la terre pour ietter les pierres, & les autres corps si elle se tornoit en vingt quatre heures, & quelle est la force des autres rouës.

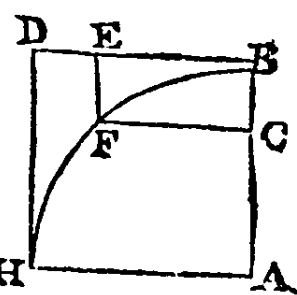
Il est difficile de conclure sans experience, que la projection des rouës se fasse par la tangente, & que la force des plus grandes rouës soit plus grande que celle des petites: & il semble que l'on peut auoir autant de droit de dire que si elle se fait ainsi, le mouuement de la terre auroit 17181818 fois plus de force à ietter les corps, qu'une rouë de deux pieds en diametre qui torneroit en 24 heures, parce qu'en vn arc semblable la tangente, ou la perpendiculaire est d'autant plus grande, & d'autant plus eloignée de la surface, que le diametre de la grande rouë est plus grand que celui de la moindre. Qu'A C soit le demidiametre de la terre de 17181818 pieds, & A B d'une rouë d'un pied, l'arc E C sera 17181818 fois plus grand que B I, & la tangente E D d'autant de fois plus grande que B O. Il arriuera la mesme chose à la distance D E, ou à la perpendiculaire E L à l'égard de la distance I O, de sorte que la terre ietteroit vne pierre d'autant plus loin que son demi diametre est plus grand, parce qu'elle va d'autant plus viste, encore qu'elle ne face pas plus de tours que la petite rouë. Et la conduite que fait la plus grande tangente ne peut appaiser l'appetit du mouuement de la pierre, parce qu'il ne la touche plus si tost qu'elle a quitté le point d'attouchement, de maniere que l'on n'a icy que faire des distances d'avec les tangentes, ny des perpendiculaires susdites, car la projection seroit bien petite, si la pierre n'alloit du moins aussi loin que le demidiametre de la rouë: mais il faut seulement considerer les lignes horizontales B F & C D, par lesquelles la pierre doit aller: quoy qu'elle ne les suiuent pas entierement, car quand le point de la rouë B viendra en G, elle n'arriuera pas en F iusques où va la tangente de l'arc B G, autrement son mouuement s'augmenteroit en allant, puis que la tangente B F est plus que double de la tangente B O, encore que l'arc B G ne soit que double de l'arc B I: ce qui repugne à l'experience qui monstre que les mouuemens violens se diminuent, & qu'ils ne sont iamais plus vistes que le mouuement de leurs causes.

C'est pourquoy il vaut mieux prendre la ligne horizontale B F parallele au sinus de l'arc que fait la rouë pendant que la pierre se meut, iusques à ce que la rouë ait fait vn arc de 45 degrez: ce qui s'accorde en quelque maniere au mouuement de la pierre, laquelle va du commencement quasi aussi viste que la rouë de mesme que le sinus d'un petit arc est sensiblement aussi grand que son arc: de sorte que le mouuement de la pierre deuiant plus lent que celui de la rouë

comme



comme les sinus deuiennent moindres que leurs arcs : non que ie vueille dire que ces diminutions soient entierement semblables , autrement la pierre ne deuroit pas passer la longueur du diametre de la rouë , puis que les sinus ne s'augmentent plus quand ils s'approchent du quart de cercle , & qu'ils ne deuiennent pas plus grands que le rayon auquel ils arriuent : ce qui arriueroit peut estre à la pierre, si la force ne la pouffoit pas plus loin que le diametre : c'est à dire que la pierre partant de B arriuera en E , quand la rouë aura fait l'arc B F , de sorte que le chemin de la pierre sera egal à la longueur du sinus C F ; & quand elle aura fait le quart du cercle B H , la pierre sera en la ligne D H , & aura fait vn chemin egal au rayon H A .



Cecy estant posé , à sçauoir que la pierre doiue plustost suiure la longueur du sinus que de la tangente (ce qui s'ensuit mesme de l'opinion de Galilee qui veut qu'elle tombe sur la rouë , ce qui ne peut arriuer si elle ne suit la tangente , & qui dit que sa pesanteur a seulement besoin de la retirer par la perpendiculaire tiree du point E à la tangente C D , du grand cercle , ou par la perpendiculaire tiree du point G à la tangente B F du moindre cercle ;) il faut seulement mesurer la ligne C L que fait la pierre pousse par la grande rouë , tandis qu'elle fait l'arc C E , que ie suppose de 7 degrez ; & puis la ligne B K , que fait la pierre , pendant que la moindre rouë fait l'arc B G de 14 degrez : d'où il s'ensuit que cette rouë fera deux tours , & la grande vn , afin d'aller d'une egale vitesse , & neantmoins qu'elle n'aura pas plus de force à ietter que la grande , d'autant qu'en mesme temps que la grande chassera la pierre de C en L , la moindre la chassera de B en H ; or la ligne L C est egale au sinus de 7 degrez E M , qui est 12186 parties , telles que le rayon A C en a 100000 , & dans la moindre il est de 24372 parties , telles que son rayon A B est de 100000 . Or la ligne B K est egale au sinus de 14 degrez N G (qui est l'arc fait par la moindre rouë) qui n'est que de 24192 parties , & qui par consequent est moindre que la ligne C L , c'est à dire que la projection de la grande rouë , de 180 ; de sorte qu'elle a deux fois plus de force que la moindre , encore qu'elle face deux fois moins de tours .

Ce que l'on verra encore mieux si l'on prend des rouës plus differentes , par exemple , si l'arc de la grande rouë C E est de deux degrez , & si elle est six fois plus grande que la moindre , car la ligne L C sera de 20940 parties , c'est à dire six fois plus grande que le sinus de deux degrez ; & l'arc de la moindre rouë B G estant de 12 degrez , la ligne B K ne contiendra que 20791 , c'est à dire 149 parties moins : & si la grande estoit cent fois plus grande , pendant qu'elle feroit l'arc C E de 18 , la petite feroit l'arc B G de 180 , ou 30 degrez : & tandis que la pierre feroit ietee de C en L , dont la distâce est egale au sinus de 18' M E , qui est de 524 parties , telles qu'A C en a 100000 , ou 52400 telles qu'A B en a 100000 , la pierre feroit ietee par la petite rouë de B en K , dont la distâce est egale au sinus N G de 30 degrez , qui a 50000 parties du rayon A B : de sorte que quand la petite faisant cent fois plus de tours que la grande pour aller aussi viste , ietteroit la pierre iusques à 500 parties , la grande rouë la iettera iusques à 124 de ces parties , c'est à dire enuiron 1/4 plus loin que la petite , qui la iettera par exemple à 20 pas , & la grande à 21 , quoy que Galilee assure que la petite la iettera plus loin .

Mais parce que les raisons que l'on s' imagine fort bonnes , trompent souuent

dans la Physique ; comme i'ay demonsté en plusieurs endroits de cet ouvrage, ie viens à l'experience, afin de remarquer la maniere dont la nature agit en ces mouuemens, & d'en tirer la decision.

Ayant pris deux roües en raison sesquitiere, dont la plus grande a son diametre de trois pouces & demi, & leur ayant fait faire 20, ou 22 tours dans vne seconde d'heure, la plus grande à ietté la boule (qui tomboit dessus de la hauteur d'un doigt) enuiron deux pieds, & la petite d'un pied & demi : mais quand elles ne font que 10 tours dans vne seconde, elles ne la iettent point du tout ; car elles commencent seulement à la ietter d'un demi pied lors qu'elles font 12 ou 13 tours dans ladite seconde. Cette proiection est horizontale, & quasi aussi viste au commencement que le mouuement de la roüe, quoy qu'apres l'espace de ce demi pied, ou des deux pieds elle tombe soudain à terre, ce qui est estrange, attendu que les mouuemens violens qui vont viste ont coustume de transporter le corps bien loin ; ce qui peut seruir à decider la difficulté que ie propose en vn autre endroit, à sçauoir si vn mesme corps peut estre tellement ietté par vne mesme ligne, par exemple parallele à l'horizon, qu'en allant plus viste au commencement, il n'aille pas neantmoins si loin, que quand il sera tellement ietté par quelque sorte d'industrie, qu'il aille plus tardiuement au commencement.

Mais ie reuiens aux roües, afin de remarquer encore qu'une autre grande qui fait torner les deux precedentes, ne fait nulle proiection de la boule qui tombe dessus, quand elle torne trois fois dans vne seconde, qui est le mouuement le plus viste qu'on luy puisse donner avec le bras, qui la fait aller aussi viste que la moindre qui fait 10 tours & demi : peut estre qu'elle feroit vne mesme proiection que la petite si elle alloit aussi viste lors qu'elle fait 20 ou 22 tours, ce qui arriueroit si elle faisoit 6 tours dans vne seconde d'heure. Quoy qu'il en soit les experiences en sont tres-difficiles, car en laissant choir plusieurs bales de plomb de mesme grosseur sur vne mesme rouë, qui va tres-viste, quelquesfois la proiection se fait de deux pieds, d'autresfois d'un pied, ou de demi pied, & d'autres fois il ne se fait nulle proiection : ce qui m'empesche de conclure sur ce sujet, iusques à ce que d'autres experiences faites en plus grand volume ayent donné plus de lumiere, c'est pourquoy ie passe à d'autres difficultez.

PROPOSITION XX.

A sçauoir si l'on peut demonstrier que le mouuement des corps pesans, qui descendent, est simple, & perpendiculaire, & si le mouuement circulaire de la terre empescheroit ledit perpendiculaire, ou s'il luy est opposé.

Il est certain qu'on ne sçauoit demonstrier si le mouuement des corps qui tombent est simplement perpendiculaire, ou s'il est composé du droit, & du circulaire, d'autant que toutes les mesmes choses que nous voyons arriuerient, & consequemment que nous ne pouuons apperceuoir si toutes choses se meuuent circulairement, comme le ciel, ou de quelqu'autre mouuement : par exemple : l'on ne peut apperceuoir si les nauires, & les bateaux se meuuent, ou s'ils sont immobiles, par les boulets, & les pierres qu'on laisse tomber du haut de

haut de leurs mats, parce que les poids tombent toujours au pied du mas, encore que le nauire aille plus viste que le poids ne descend, dont nous expliquerons la raison, apres auoir examiné si le mouuement perpendiculaire des pierres &c. est empesché par le circulaire, & si ces deux mouuemens sont opposez.

A quoy ie respons premierement que si l'on prend le perpendiculaire pour celuy qui conduit le mobile du lieu d'où il tombe iusques au point auquel il arriue par la ligne la plus courte, & que l'on s'imagine vn point fixe au lieu d'où il est tombé, que le chemin de la pierre qui descend de la hune iusques au pied du mas tandis que le nauire se meut, n'est pas perpendiculaire, quoy qu'il semble l'estre à ceux qui laissent tomber le poids, & à ceux qui sont dans le nauire, comme il est aisé d'experimenter dans vn carrosse courant: car celuy qui est dedans, & qui iette vne bale en haut croid qu'elle monte, & qu'elle retombe perpendiculairement, & en effet il la reçoit dans sa main, comme si le carrosse demeurait immobile, quoy qu'il aille tres-viste, & que la bale ietee en haut le plus droit qu'il se puisse imaginer d'eust tomber derriere le carrosse. Mais celuy qui se tient à terre, & qui regarde le mouuement de la bale remarque tres-aisément qu'elle ne va pas droit, & qu'elle decline d'autant plus vers les cheuaux qu'ils vont plus viste. La mesme chose arriue à la bale qui tombe de la hune, & à celle qu'on iette en haut dans vn bateau qui se meut.

D'où il est aisé de conclure que le mouuement de ces corps n'est pas perpendiculaire, & qu'il ne nous est pas possible d'appercevoir si la terre se meut par ces cheutes, qui nous paroissent toujours perpendiculaires, comme elles font à ceux qui sont dans vn carrosse, ou dans vn vaisseau de mer. En second lieu, ie dis que le mouuement circulaire de la terre n'empescheroit nullement les mouuemens qui nous paroissent perpendiculaires, comme l'on experimente dans vn vaisseau qui se meut sans se balancer d'un costé ny d'autre depuis le moment de la cheute du poids iusques à ce qu'il arriue au fond, car le poids tombe par la mesme ligne que descend le filet d'un plomb attaché au haut du vaisseau; quoy qu'il soit exposé de tous costez à l'air extérieur, & à toutes sortes de vents: or le mouuement du vaisseau, & de tout ce qui se meut sur la surface de l'eau, ou de la terre est circulaire, puis que la terre est ronde.

Or il semble à plusieurs que le mouuement iournalier de la terre estant supposé, doit empeschier la cheute perpendiculaire des pierres, car bien que ces 2 mouuemens ne semblent pas contraires, comme ceux qui se font en haut & en bas, neantmoins le mouuement parallele à l'horizon, qui n'est pas ce semble contraire à la cheute du poids, l'empesche d'aller vers le centre de la terre, vers lequel elle ne descendroit iamais, si le mouuemēt de la projection horizontale estoit eternal, comme il arriuerait peut estre sans la resistance de l'air qui s'y oppose. D'où l'on pourroit conclure que le mouuement circulaire de la terre posé eternal, & estant aussi viste que celuy d'un boulet qui sort de la bouche d'un canon, deuroit empeschier la cheute de toutes sortes de poids, si elle leur imprimoit son mouuement; ce qui n'arriue pas, & ce qui semble demonstrier que la terre n'est pas mobile.

Et si l'on respond que le poids s'approche toujours du centre, quoy qu'insensiblement, quelque violence que le mouuement horizontal puisse faire au perpendiculaire, l'on peut repliquer que la force qui porte le boulet est si grande

qu'elle le porte plus haut que la ligne horizontale, comme l'on experimente quand le but est pres, car le coup est trop haut: quoy que l'on puisse rapporter cet effet à la poudre qui s'eleue en l'air, ou à l'ame du canon qui n'est pas parallele à la ligne horizontale de l'œil & du but.

L'on peut encore respondre que le mouuement circulaire, & perpendiculaire estans tous deux naturels à vn mesme corps, ne s'empeschent pas, comme quand l'un des deux est violent, & estranger, & qu'il faudroit plustost dire que le mouuement perpendiculaire est violent à la pierre que le circulaire.

A quoy l'on peut mesme aioûter que le circulaire violent n'empesche nullement la pierre de descendre, car elle descend aussi bien du sommet d'un mas haut de 48 pieds en 2", quand le vaisseau se meut de telle vistesse qu'on se puisse imaginer, que lors qu'il ne se meut nullement; par exemple si le vaisseau fait 48 pieds en mesme temps que la boule tombe de la hune haute de 48 pieds, il est certain que la pierre décrit vne ligne dans l'air qui peut la ligne perpendiculaire de la bale 48, & la ligne horizontale 48, que décrit le vaisseau, c'est à dire que le chemin de la pierre est la diagonale des deux costez de ces deux mouuemens de 48, & neantmoins qu'elle fait le chemin de ladite diagonale en mesme temps qu'elle feroit le chemin du costé, si le vaisseau ne se mouuoit point.

Et si le mouuement circulaire empeschoit tant soit peu la cheute perpendiculaire, elle seroit dautant moins empeschee, que la pierre seroit plus proche du centre, où le mouuement circulaire est plus tardif, & consequemment elle tomberoit dautant plus viste qu'elle approcheroit plus du centre, soit en continuant sa cheute commencee dans tel lieu que l'on voudra dessus, ou dessous la surface de la terre, ou seulement en la commençant. Mais cette maniere de cheute ne fauoriserait pas celle qui doit se faire en 6 heures par le demi cercle, dont nous auons parlé cy deuant.

Or l'on peut conclure de tout ce discours que si la terre tornoit en 24 heures, ou en plus ou moins de temps, qu'elle n'empescheroit nullement la descente des poids, laquelle on apperceueroit toujours aussi perpendiculaire, comme l'on fait en supposant son immobilité.

Voyons maintenant la raison pour laquelle les poids semblent choir perpendiculairement, tant dans les batteaux, & dans les carrosses, que dans tous les autres lieux semblables. Surquoy ie di premierement que ce n'est pas que le vaisseau pousse la pierre, parce qu'il n'est pas necessaire qu'il la touche, attendu qu'estant ietee en haut dans vn air libre elle retombe dans la main qui la iette, quoy que le bateau, le carrosse, ou le cheual qui portent celuy qui iette, aillent de la plus grande vistesse qu'il est possible: quoy que l'on puisse dire que la main pousse aussi bien la bale, comme feroit le vaisseau, dont elle semble estre partie, puis que le vaisseau avec tout ce qu'il contient fait vn solide, qui s'enfonce dautant moins dans l'eau qu'un egal solide d'eau est plus pesant, comme nous monstrerons ailleurs avec Archimede.

En second lieu, ie dis que la main, ou le bateau communiquent leur mouuement au poids qui descend, soit en le poussant, quand on le fait tomber du haut de la hune vers la prouë, ou en l'attirant, quand il chet du costé de la poupe, car supposé que le vaisseau face 18 pieds dans vne seconde d'heure, il fera vn pied & demi en 5", esquelles le poids ne chet qu'un pouce. Ce que l'on peut confirmer

par la

par la cheute d'une boule posée sur le bout d'un ais, lequel étant retiré avec vitesse, empesche qu'elle ne tombe sur le lieu qu'elle regardoit à plomb, car elle gauchit vers le lieu où l'on tire l'ais : & par une feuille de papier, ou par quelque autre corps semblable, qui suit la main que l'on en separe promptement. Neantmoins il n'y a gueres d'apparence que cette attraction, ou ce léger attouchement éloigne si fort toute sorte de poids, comme il arriue dans les nauires, dont la hune a 48 pieds de haut, lesquelles font 5 milles d'Angleterre par heure, car le poids qu'on laisse tellemēt choir du haut de ladite hune, que le bout des doigts qui le laissent tomber, regarde la poupe, est toujours tombé au même lieu qu'il fust cheu si le vaisseau eust esté immobile, quoy qu'il s'auancast de 14 pieds, pendant que le boulet tomboit : or cette difficulté merite une proposition particuliere.

PROPOSITION XXI.

Expliquer pourquoy la pierre qu'on laisse cheoir du haut d'un mas de vaisseau, ou d'un carrosse, &c. ou qu'on iette en haut tombe sur le mesme lieu du vaisseau, ou du carrosse, soit qu'ils demeurent immobiles, ou qu'ils aillent de telle vitesse que l'on voudra.

Il est certain que l'on reçoit dans la main la pierre que l'on iette le plus droit que l'on peut en haut, lors que l'on est dans un bateau, ou dans un carrosse, quoy qu'ils aillent aussi viste que la poste, ou les oyseaux ; ce qui arriueroit semblablement, s'ils alloient aussi viste qu'une bale d'arquebuse, car l'experience contrainst de quitter la preoccupation qui empesche plusieurs de le croire.

Or il semble que Galilee tire la raison de cette experience, de la facilité qu'a une boule sur le plan horizontal, lors qu'il veut qu'on s'imagine un boulet de cuiure sur un plan poli comme le marbre, & que tous les empeschemens de l'air soient ostez, car il n'aura pas plus d'inclination au mouuement qu'au repos, à raison qu'il est toujours également éloigné du centre, & que s'il est poussé, son mouuement sera eternal, si le plan n'est point borné, n'y ayant aucune cause qui retarde, qui haste, ou empesche son mouuement. Cecy étant posé, il dit que l'eau est un plan horizontal fort poli, lors qu'elle est calmie, & que les vaisseaux qui flottent dessus, & qui sont poussez, sont disposez à se mouuoir perpetuellement ; ce qu'il faut aussi conclure des pierres, & des autres choses portees par le bateau, lesquelles acquierent une impetuosité capable de leur faire suivre le vaisseau, tout empeschement étant osté, à sçauoir la resistance de l'air, & l'inclination d'aller en bas, qui peuuent empescher le mouuement circulaire. Mais l'air empesche fort peu une pierre bien pesante, comme l'on experimente dans les grands vents, & si l'air est porté de même vitesse que le vaisseau, il n'empeschera nullement la pierre.

Quant à l'inclination d'aller en bas, il dit qu'elle n'est pas contraire au circulaire qui se fait autour du centre, & que le mouuement perpendiculaire vers le centre ne destruit point l'autre, parce que les seuls mouuemens contraires sont ceux dont l'un approche du centre, & l'autre en éloigne, or le circulaire n'empesche nullement le perpendiculaire d'approcher le poids du centre, & la pesan-

teur n'ayant autre but que de le porter au centre, la vertu imprimée le veut seulement conduire à l'entour du centre, de sorte qu'il ne reste point d'empeschement.

L'on peut encore apporter d'autres causes de cette experience, à sçavoir que le mouvement de la pierre est tres-lent au commencement de sa cheute, & partant que le mouvement du vaisseau peut aisément luy imprimer son impetuositè; par exemple, lors qu'une bale de plomb tombe de la hune d'un vaisseau de 48 pieds de haut, lequel fait 5 milles d'Angleterre par heure, il est certain qu'il fait 14 pieds tandis que la bale tombe; or l'experience repetee plus de cent fois monstre qu'elle tombe de cette hauteur en 2", & par consequent elle ne descendra qu'un tiers de ligne dans le temps de 50"', comme j'ay monstre dans la seconde proposition, de sorte qu'elle reçoit fort aisément l'impression du vaisseau qui va plus viste qu'elle, lors qu'elle commence sa cheute, car elle ne fait que $\frac{1}{810000}$ de pouce dans 20''; & si elle continuoit à descendre en cette maniere, elle ne feroit qu'un pied dans un quart d'heure, tandis que le vaisseau feroit plus de demie lieuë. D'où il arriue que la bale tombe sur le mesme lieu du vaisseau, sur lequel elle tomberoit s'il demeurait immobile, comme monstrent toutes les experiences, qui meritent que i'en explique la raison. Je dis donc que si l'on s'imagine qu'un vaisseau aille aussi viste qu'une fleche, & qu'il se rencontre dedans une fleche dressée comme elle est sur les arbalestes, par exemple que quelqu'un la tiennë sur sa main par dessus la hune, elle ira aussi viste que le navire, encore qu'il la quitte; que si le vaisseau s'arrestoit peu apres que l'on auroit quitté ladite fleche, qu'elle continueroit son mouvement, qui la porteroit aussi long temps, & aussi loin que si elle estoit tirée avec une arbaleste.

Semblablement si le vaisseau haste sa course si tost que l'on a laissé tomber la bale, il est certain qu'elle ne tombera pas au mesme lieu où elle fust cheute, s'il eust demeuré immobile, ou s'il eust continué un mesme mouvement, (ce qui est icy une mesme chose.) Il est donc evident que la cheute se fait en un mesme lieu dans le vaisseau qui se meut, que d'as celuy qui se repose, de quelque hauteur que le poids puisse tomber, pourueu que celuy qui le laisse tóber, ou que le lieu d'où il tombe soit sur le vaisseau, ou sur quelqu'une de ses parties, autrement il chet dans un autre lieu: par exemple si le vaisseau, ou le carosse fait 12 pieds dans une secóde, le poids, ou la pierre que celuy qui est hors du carosse iettera 12 pieds en haut vis à vis de la portiere, tombera derriere le carosse, parce qu'il n'a pas receu son impression; mais si celuy qui est dans le carosse iette la mesme pierre 12 pieds en haut, il la recevra dans sa main, & luy semblera toujours qu'elle monte & qu'elle descend par une ligne droite, au lieu qu'elle est oblique; comme elle paroist en effet à tous ceux qui sont hors du carosse; de sorte que tous ceux qui sont dedans se trompent, s'ils ne corrigent l'apparence par la raison, comme font ceux qui croient prouver l'immobilité de la terre par la cheute perpendiculaire des pierres, puis qu'elles nous paroistroient aussi perpendiculaires, encore qu'elle tornast autour de son axe, ou du Soleil, soit en 24 heures, ou en un moment, encore qu'elle n'eust nulle vertu attráctrice, non plus que le carosse: ce que les Philosophes Chrestiens doivent remarquer, afin qu'ils ne rendent pas les veritez de l'Escripture sainte ridicules aux Payens, en apportant des raisons qui ne monstrent autres chose que leur ignorance, ou la foiblesse de leur

leur imagination, & de leur esprit: car il vaut beaucoup mieux se contenter de la seule reuelation diuine des veritez qui nous sont proposees, que d'ajouter des raisons, qui peuuent estre conuaincuës de nullité par les experiences ou par d'autres raisons plus fortes & meilleures: par exemple, supposé que ce soit vne verité de la foy, que la terre soit tellement stable, & immobile qu'elle ne se meuue ny autour de son axe, ny à l'entour du Soleil, ny d'aucun autre mouuement, non seulement selon les apparences des sens, mais aussi selon la verité; il n'est pas à propos de confirmer sa stabilité par la cheute perpendiculaire des pierres, ou par le mouuement des missiles egal vers l'Orient, & l'Occident, puis que l'on monstre euidentement que la mesme chose arriueroit, encore que la terre fust mobile, & qu'elle eust les deux, ou trois mouuemens que plusieurs se sont imaginez.

Ce n'est pas qu'il ne soit tres-bon d'vser de raisons pour monstre que nostre foy n'a rien d'impertinent, & qui ne soit digne de la Majesté Diuine, ou qui ne soit dans sa puissance, lors qu'elles sont d'une telle trempe que l'on ne peut produire aucune consideration qui les puisse eneruer; mais il est aussi dangereux de s'en seruir d'autres, qu'vtile & loüable d'vser de celles-là, comme a fait S. Thomas en plusieurs endroits de sa Somme contre les Gentils.

COROLLAIRE.

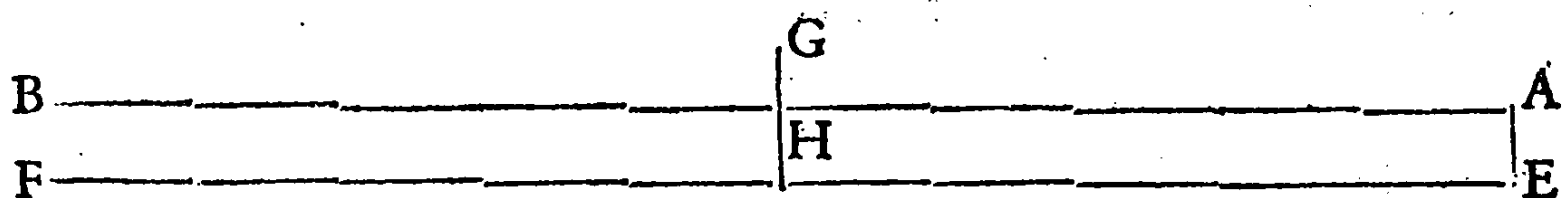
Il est aisé de conclure que le mouuement violent des missiles ne se fait pas par le mouuement de l'air, qui succede l'un à l'autre, puis que la bale de plomb, qui tombe vis à vis de la portiere, ou derriere le carosse, tombe perpendiculairement sans le suiure, pourueu que celui qui la laisse tomber soit hors dudit carosse: ce qui monstre euidentement que l'air esmeu par le vaisseau n'est pas cause que la bale le suit, mais la seule impression qu'elle a receüe, laquelle n'est peut estre nullement differente du mouuement, qu'elle continuë perpetuellement, lors qu'elle ne rencontre nul empeschement: or il faut encore examiner vne consequence que Galilee tire de la cheute des corps pesans.

PROPOSITION XXII.

Determiner si le boulet d'une artillerie tiré horizontalement du haut d'une tour arriue aussi tost à terre qu'un boulet egal qui tombe perpendiculairement du haut de la mesme tour.

Si la pierre que l'on iette estant à cheual, lors qu'il marche d'un pas egal, ou qu'il court la poste, retombe toujours dans la main de celui qui la iette droit en haut, aussi viste qu'elle retomberoit lors que le cheual ne marche point, il y a de l'apparence que le boulet tiré horizontalement du haut d'une tour ou de quelque lieu que ce soit, arriue aussi tost à terre qu'un autre boulet qui tombe perpendiculairement du mesme lieu. C'est à mon auis ce qui a persuadé au sieur Galilee que cette experience deuoit arriuer, mais l'ayant faite i'ay trouué qu'il s'en falloit beaucoup qu'elle fust veritable, & que la fiesche d'une arbaleste tiree de point en blanc à sa iuste portee, est deux fois aussi long temps à faire le che-

min d'entre l'arc & le but, quoy que tiree le plus horizontalement que l'on peut, qu'une autre fleche qui tombe perpendiculairement à terre de dessus l'arc qui tire. J'ay dit *le plus horizontalement qu'on peut*, parce que la fleche ne va pas par une ligne perpendiculaire à l'horizon: par exemple, si l'on tire du point A au but B, il est certain que la fleche ne suit pas la ligne A B parallele à la ligne de terre E F, car elle monte d'A à G, & redescend de G à B en faisant une ligne composee de la droite & de la courbe: ce qui arriue semblablement aux bales de mousquet, & aux bales d'artillerie, de sorte que si l'on se mettoit au point



H, quand on tire d'A en B, l'on ne seroit nullement blessé. D'où il est aisé de conclure que la pierre, ou le boulet tombant du point A en E fera beaucoup plus viste à terre, que le boulet tiré d'A en B, quoy qu'il allast horizontalement par A B sans se hausser en G, à raison qu'il employe du temps à faire la ligne A E, & qu'il va encore aussi loin depuis B iusques à terre, comme il y a d'A en B: car outre que le sieur Galilee assure auoir obserué que la portee de point en blanc n'est qu'environ la moitié de la portee entiere iusques à terre, si le boulet tomboit perpendiculairement à terre au mesme temps qu'il touche B, il seroit aussi long temps à tomber en F, comme à tomber d'A en E.

A quoy l'on ne peut respondre que le boulet commence à s'abaisser vers terre dès le moment qu'il part de la bouche du canon, puis qu'il frappe plus haut que le but dont il est proche: ioint que l'experience enseigne qu'un boulet est environ 4" en l'air auant que de tomber, encore qu'il tombe perpendiculairement dans la moitié d'une seconde de la bouche du canon eleuée de trois pieds.

COROLLAIRE.

Je laisse plusieurs autres mouuemens, par exemple ceux des boulets de canon, & des autres missiles, dont nous examinerons la vitesse, & la diminution quand nous dirons de combien une bale de plomb, ou tel autre corps que l'on voudra plus pesant que l'eau, descend moins viste dans l'eau que dans l'air; si l'impression peut estre plus forte au commencement du mouuement, encore que le missile n'aille pas si loin que lors qu'elle est moins forte: si l'on peut tellement pousser, ou ietter un missile en l'air qu'il reuienne vers celui qui la ietté; & mille autres particularitez qui appartiennent aux differens mouuemens des corps: car il faut maintenant expliquer tout ce qui appartient au mouuement & au son des chordes qui seruent à l'harmonie; ce que nous ferons dans liure qui suit.